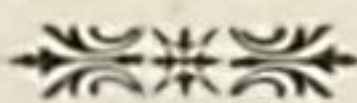


Geschichte und Kritik
der
Sterblichkeitsmessung
bei
Versicherungsanstalten.

Von
Eduard Roghé,
Doctor der Staatswissenschaften.

Supplement **XVIII**
der Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik.



J e n a,
Verlag von Gustav Fischer.
1891.

Verzeichnis der

Städte und

Verwaltung

Edmund Rupp

Verlag von Gustav Fischer

der Jahrbücher für Wissenschaft und Kunst

1888

Verlag von Gustav Fischer

1888

Seinem hochverehrten Lehrer

Herrn

PROFESSOR DR. G. F. KNAPP

in Dankbarkeit zugeeignet

vom

Verfasser.

V o r w o r t.

Nach langer Vernachlässigung haben die logischen Schwierigkeiten, welchen das Verständnis der Vorgänge des Bevölkerungswechsels begegnet, neuerdings gründliche Erledigung gefunden. G. F. Knapp's Abhandlungen ¹⁾ haben diese Erscheinungen streng mathematisch erfassen und dadurch mit derselben Sicherheit beherrschen gelehrt, mit welcher man anderer Gebiete der Größenlehre sich längst bemächtigt hat. Speziell die Sterblichkeitsmessung hat auch durch K. Becker's Arbeiten ²⁾ eine eingehende Behandlung gefunden, besonders in dem Sinne der praktischen Herstellung einwandfreier Sterbetafeln aus dem der Bevölkerungsstatistik zugänglichen Material.

Während man lange Zeit hindurch Sterblichkeitsbeobachtungen allein auf die persönliche Autorität ihres Urhebers hin — etwa mit der Erwägung, daß derselbe „ein anerkannt trefflicher Mathematiker sei“ — als zuverlässig hinzunehmen pflegte, haben die Fortschritte der Theorie des Bevölkerungswechsels nunmehr statt dieses subjektiven das lange entbehrte objektive Maß für den Wert der mannigfachen praktischen Versuche dargeboten, welche Forschungslust und Geschäftsinteresse zur Ergründung dieser Gattung von Erscheinungen angestellt haben. Ein Teil der vorhandenen Beobachtungen ist solch' kritischer Prüfung bereits von G. F. Knapp in dem geschichtlichen Abschnitte seiner „Theorie des Bevölkerungswechsels“ unterzogen worden, und zwar vorzugsweise derjenige Teil, der sich auf das Material der

1) G. F. Knapp, Ermittlung der Sterblichkeit aus den Aufzeichnungen der Bevölkerungsstatistik. Leipzig 1868. — Die Sterblichkeit in Sachsen. Leipzig 1869. — Theorie des Bevölkerungswechsels. Braunschweig 1874.

2) K. Becker, Zur Theorie der Sterbetafeln für ganze Bevölkerungen (in den „Statist. Nachrichten über d. Großherzogtum Oldenburg“, IX. Heft, Seite 250 ff. Oldenburg 1867). — Zur Berechnung von Sterbetafeln an die Bevölkerungsstatistik zu stellende Anforderungen. Berlin 1874. — Deutsche Sterbetafel (in den „Monatsheften zur Statistik des Deutschen Reiches“, November 1887).

Bevölkerungsstatistik gründet. Die Untersuchung fortzusetzen für die Sterblichkeitsmessungen der Versicherungsanstalten, habe ich in der vorliegenden Abhandlung unternommen.

Die Anregung dazu, sowie die nötige Vorbildung in der Methode statistischer Forschungen erhielt ich als Mitglied des hiesigen staatswissenschaftlichen Seminars von dessen Direktor, Herrn Professor Dr. G. F. Knapp. Der Erfolg, daß mir von der rechts- und staatswissenschaftlichen Fakultät der Kaiser-Wilhelms-Universität am 1. Mai 1890 ein Preis für die Behandlung dieses Gegenstandes zuerkannt worden ist, läßt mich hoffen, daß meine Arbeit mich nicht ganz unwürdig der trefflichen Einführung in das Wissensgebiet der Statistik erweist, die mir durch dessen gründlichsten Kenner zu Teil geworden ist.

Wie die wissenschaftliche Befähigung zu meiner Untersuchung, so habe ich auch die Ueberwindung erheblicher äußerer Schwierigkeiten dem lebhaften Interesse meines Lehrers für die Sache zu danken. Für einen engen Kreis von Fachleuten bestimmt, haben die Sterblichkeitsbeobachtungen an Versicherten nur selten Eingang in die öffentlichen Bibliotheken gefunden, und es sind zumal die älteren unter ihnen allmählich ganz erstaunlich selten geworden. Ein ganz besonderer Unstern hat über dem Bekanntwerden der wichtigen älteren englischen Fachlitteratur in Deutschland gewaltet. In den fünfziger Jahren hatte ein deutscher Gelehrter, Dr. Ph. Fischer in Darmstadt, sich einen Einblick in diese Werke verschafft, um sie in einer Abhandlung über die Theorie der Lebensversicherung¹⁾ zu würdigen; aber — die betreffenden Teile seines Manuskriptes gingen ihm vor der Drucklegung verloren; er konnte den Verlust nur notdürftig nach seinem Gedächtnis ersetzen, und so blieben diese Werke weitere dreißig Jahre lang in Deutschland so gut wie unbekannt! Herrn Professor Knapp gelang es, diese so seltenen und zerstreuten Schriften mir auf einige Zeit zur Verfügung zu stellen, und zwar dadurch, daß er einen der besten Kenner des Versicherungswesens, Herrn Wilhelm Lazarus in Hamburg, und durch dessen Vermittlung den Herrn Thomas Bond Sprague, Direktor der Scottisch Equitable Life Assurance Society in Edinburg, für meine Arbeit zu interessieren wußte: dank den Bemühungen dieser Herren ist mir das

1) Ph. Fischer, Grundzüge des auf menschliche Sterblichkeit gegründeten Versicherungswesens, Oppenheim a./Rh. 1860. — Dies Werk enthält eine kurze Geschichte der Messung der Sterblichkeit unter Versicherten, und ist deshalb den auf Seite 2 aufgeführten ähnlichen Arbeiten hinzuzufügen, unter denen es durch ein Versehen unerwähnt geblieben ist.

seltene Material in einer Vollständigkeit zugänglich geworden, wie es nicht leicht wieder der Fall sein dürfte.

Wenn ich den genannten beiden Förderern meiner Arbeit an dieser Stelle öffentlich meinen Dank für ihre gütige Unterstützung sage, so trifft derselbe leider nur noch den einen von ihnen am Leben. Herr Wilhelm Lazarus ist am 16. Oktober d. J. plötzlich verschieden. Im Jahre 1825 zu Hamburg geboren, hat der Verstorbene sich seit 1844 dem Berufe der kaufmännischen Vertretung von Versicherungsanstalten gewidmet. Neben der kaufmännischen Praxis des Versicherungswesens machte er sich aber auch frühzeitig mit dessen theoretischen Grundlagen vertraut, die ja besonders für die Lebensversicherung von so hoher Bedeutung sind. Durch unermüdliches Privatstudium verschaffte er sich die nötigen mathematischen Kenntnisse und bildete sich zu einem der gründlichsten Sachverständigen in der Theorie des Versicherungswesens aus. Von seinem hohen Interesse für die Entwicklung seines Faches zeugte eine stattliche Bibliothek von Werken des Versicherungswesens, die er allmählich in seinem Hause ansammelte, und deren Gleichen in Deutschland wohl kaum zum zweiten Male in öffentlichem oder privatem Besitz gefunden werden dürfte. Im In- und Auslande galt der lebenswürdige kaufmännische Gelehrte als eine Autorität im Versicherungswesen: das bezeugen zahlreiche ehrenvolle Aufträge zur Erstattung von Gutachten versicherungstechnischen Inhaltes, die an ihn von Behörden und Privaten ergangen sind. Im Laufe dieser Arbeit werde ich darlegen, welche Verdienste der Verstorbene sich um die Ermittlung der Sterblichkeit unter den Angehörigen deutscher Versicherungsanstalten erworben hat; hier aber muß ich vor allem wiederholen, daß nur durch seine hilfreichen Bemühungen — indem er seine eigene Bibliothek öffnete und seine englischen Freunde zur Mithilfe bewog — diese meine litterarhistorische Arbeit zu Stande kommen konnte.

Straßburg i./E., am 1. Dezember 1890.

Eduard Roghé.

Inhalt.

	Seite
Einleitung	1
I. Kapitel: Deparcieux	3
II. Kapitel: Finlaison	23
III. Kapitel: Morgan, Galloway	38
IV. Kapitel: Brune	47
V. Kapitel: Die Tafeln der 17 englischen Gesell- schaften	52
VI. Kapitel: Die Tafeln der 20 britischen Gesell- schaften	65
VII. Kapitel: Die Tafeln der 30 amerikanischen Ge- sellschaften	71
VIII. Kapitel: Die Gothaer Tafeln	77
IX. Kapitel: Die „Deutschen Sterblichkeitstafeln“ .	85
X. Kapitel: Rückblick	98

Einleitung.

Die Erscheinung der Sterblichkeit großer Menschenmassen ist der Gegenstand zahlreicher Messungen gewesen. Die Resultate derselben laden die biologische und die soziale Forschung ein zu materiellen Untersuchungen, vor allem zu Vergleichen über die Verschiedenheit der Sterblichkeit bei Verschiedenheit der Bedingungen, unter denen die jeweils Beobachteten lebten. Und doch sind alle solche materiellen Betrachtungen hinfällig, bevor nicht festgestellt ist, ob die zu Grunde liegenden Rechnungen formal-logisch geeignet sind, Maße der Sterblichkeit zu liefern. Diese formale Prüfung der Messungsmethode ist die unumgängliche Vorbedingung für jede materielle Betrachtung der Sterblichkeit.

Die vorliegende Arbeit stellt sich die Aufgabe, eine Anzahl von Messungen, die als solche der Sterblichkeit ausgegeben werden, dieser formalen Prüfung zu unterziehen. Sie ist in der Lage, nachzuweisen, daß dieselben durchaus nicht alle in dem von ihren Urhebern vermeinten Sinne Messungen der Sterblichkeit sind und deshalb materiellen Untersuchungen nur mit Vorbehalten dienen können.

In diesem Nachweise, sowie in der Auffindung und Darstellung des Gedankenganges, der die einzelnen Forscher zu ihren Methoden führte, sieht dies Werkchen seine beiden Zwecke. Dieselben empfehlen der Untersuchung oft verschiedene Richtungen an. Der erstere, als der praktische, verbietet das Eingehen auf solche Messungsversuche, denen die praktische Belanglosigkeit gleichsam an der Stirn geschrieben steht. Wenn nun diese Abhandlung trotzdem hier und da auch auf solche zurückgreift, so ist ihre Absicht nicht, Antiquitäten für etwaige Liebhaber aus dem Schutt hervorzugraben, der sie mit einer für normale Menschen höchst wohlthätigen Hülle bedeckte. Vielmehr will sie in dem historischen Fortschritt der Methode bei den einzelnen Erforschern dieses Gebietes den Weg kennzeichnen, den jedes Nachdenken über das Wesen der Sterblichkeitsmessung zu gehen hat, und indem sie auch die begangenen Fehler und Irrtümer hervorhebt und widerlegt, will sie Warnungs-

tafeln aufstellen an den Abwegen, welche zukünftige Wanderer vielleicht ebenso erfolgreich in die Irre locken möchten.

Die Natur der Sache ergibt eine Zweiteilung der sämtlichen Messungsversuche, die je angestellt sind. Der einen Gattung gehören diejenigen an, die über den Bestand des Beobachtungsmaterials nicht in jedem Augenblicke Rechenschaft geben können, weil das Faktum der Zuwanderung oder des Abganges nicht als solches konstatiert wird. Solcherart sind die Messungen an der Bevölkerung eines Landes auf Grund von Volkszählungen und von Geburts- und Sterbelisten. Die zweite Gattung begreift diejenigen Untersuchungen in sich, deren Material genaue Rechenschaft giebt über jede Bestandsänderung; sie umfaßt vornehmlich die Beobachtungen der Versicherungsgesellschaften. Bei der ersteren Gattung sind Schätzungen über die Größe des Beobachtungsmaterials notwendig, um zu einem Resultat zu kommen, bei der letzteren kann man mit der exakten Messung allein zum Ziele gelangen. Man wird also wegen der relativ einfacheren Sachlage bei den Messungen der letzteren Gattung von vornherein eine klarere Erfassung der Aufgaben, eine größere Exaktheit der Methode vermuten dürfen.

Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf die letztere Gattung. Ich mache auch nicht einmal den Anspruch, eine lückenlose Aufzählung aller Arbeiten zu liefern, die diesem engeren Gebiete angehören. Eine solche ist schon wegen der großen Seltenheit dieser praktisch vielfach gänzlich bedeutungslos gewordenen Schriften sehr schwierig. Sie würde aber für die Methodologie auch kaum wesentlich Neues zu Tage bringen können. Denn die Behandlungsweisen derjenigen Messungen, welche meiner Untersuchung zugänglich geworden sind, erschöpfen allem Anschein nach die Zahl derer, die überhaupt durch die Natur des Beobachtungsmaterials empfohlen werden können.

Die Beschränkung auf die „Sterblichkeitsmessungen an Versicherten“, wie ich mich kurz ausdrücken will, war deshalb um so mehr gerechtfertigt, weil die analoge Aufgabe für die Methoden der Sterblichkeitsmessung an Bevölkerungen bereits zum größten Teil gelöst ist durch G. F. Knapp's „Geschichte der Theorie des Bevölkerungswechsels“¹⁾.

Das engere Gebiet dieser Arbeit hat dagegen meines Wissens noch keine erschöpfende Darstellung gefunden. Als Streifzüge in dasselbe sind mir drei Werkchen bekannt geworden²⁾. Die Engländer E. J. Farren und J. J. W. Deuchar haben schätzbare Aufzählungen der Titel von Fachschriften über die Technik der Lebensversicherung geliefert,

1) Theorie des Bevölkerungswechsels, Braunschweig 1874, Seite 51 ff.

2) Edwin James Farren: Historical Essay on the Rise and early Progress of the Doctrine of Life Contingencies in England. London 1844. — J. J. W. Deuchar: A Sketch of the History of the Science of Life Contingencies. (Transactions of the Insurance and Actuarial Society of Glasgow, No. 3. London 1882.) — Wilhelm Lazarus: Die Methoden zur Sterblichkeits-Ermittelung aus den Erfahrungen der Lebensversicherungsanstalten. (Assekuranz-Jahrbuch Jahrg. 7, II. Teil, Anhang. Wien 1886.)

aber auch wenig mehr. Ihre Angaben von dem die Sterblichkeitsmessung betreffenden Inhalt der Schriften sind sehr dürftig und vor allem ohne logisches Rückgrat. Zudem bricht Farren mit dem Jahre 1762 ab, und beide Autoren kennen nur die englische Fachliteratur. — Die dritte Arbeit ist ein Aufsatz von W. Lazarus, der eine verdienstvolle vergleichende Uebersicht der Methoden der vier neuesten Messungen der Sterblichkeit unter Versicherten liefert, aber doch der Vertiefung der Auffassung und der Berichtigung in einzelnen Punkten noch fähig ist.

Kapitel I.

Deparcieux.

In dem oben umgrenzten Gebiet dieser Untersuchung liegen die ältesten Sterblichkeitsmessungen, die überhaupt angestellt worden sind: so die Arbeiten von Graunt, Halley, Kersseboom, Deparcieux, und generell alle diejenigen, die auf Grund nur von Sterberegistern (nach der fälschlich sogenannten Halley'schen Methode) vorgenommen wurden. Nachdem Knapp diese Arbeiten bereits eingehend gewürdigt hat (a. a. O. Seite 57—73), sollen sie hier nicht nochmals einzeln behandelt, sondern es soll nur, um den Vergleich mit den späteren zu ermöglichen und den entwicklungsgeschichtlichen Zusammenhang herzustellen, eine von ihnen herausgegriffen werden. Und dazu eignet sich besonders das Werk von Deparcieux, weil es einerseits alle die jene älteste Fachliteratur beschäftigenden Gedanken enthält, anderseits, wie Knapp gezeigt hat, der ersten Entwicklungsphase unserer Disziplin einen gewissen Abschluß giebt.

Deparcieux veröffentlichte 1746 einen „Essai sur les probabilités de la durée de la vie humaine“, dem er 1760 eine kurze „Addition“ folgen ließ. Das Werk trägt durchweg unverkennbar den Stempel originaler Gedankenarbeit; der Verfasser nennt zwar als seine Vorgänger Petty, Halley, Smart nebst seinem Verbesserer Simpson, und Kersseboom, er kennt auch einige von ihren Untersuchungen genau genug, um verschiedene Ausstellungen daran zu machen, — aber er scheint von ihnen in seiner eigenen Argumentation doch wenig beeinflusst.

Deparcieux wurde zu seinen Untersuchungen über Sterblichkeit — gerade wie Halley — durch ein praktisches Ziel geführt, nämlich durch das Ziel, die nötigen Erfahrungsthaten zu sammeln, um mittelst einer von ihm entwickelten Theorie des Leibrentengeschäfts praktische Berechnungen der Prämiensätze etc. für Leibrenten vornehmen zu können. Sein oben citiertes Buch ist daher auch in erster Linie ein Lehrbuch der Rententheorie: der erste und dritte der 3 Teile desselben sind ausschließlich diesem Gegenstande gewidmet; der zweite,

dessen Ueberschrift den Titel des ganzen Werkes wiederholt, beabsichtigt jene Beobachtungskonstanten zu geben. Deparcieux hat die letzteren deshalb nicht einfach einer der ihm vorliegenden Arbeiten entnommen, weil er glaubte, daß die Sterblichkeit der Leibrentner, für welche er seine Theorie entwarf, abweichen müsse von der Sterblichkeit derjenigen Leute, auf deren Beobachtung jene älteren Arbeiten beruhten, — und zwar wegen der verschiedenen Lebensweise. Dagegen glaubte er, daß die Sterblichkeit zukünftig zu beobachtender Rentnergemeinschaften wegen der Aehnlichkeit der Lebensweise sehr ähnlich sein werde derjenigen, die unter den Angehörigen der französischen Staatstontinen geherrscht habe. Daher hielt er das Tontinenmaterial für „das beste, das man für solche Zwecke überhaupt haben kann“. Die Staatstontine ist eine früher mehr als jetzt beliebte Form der Staatsanleihe, darin bestehend, daß der Staat sich verpflichtet, unter eine Anzahl von Leuten gegen eine einmalige Kapitalzahlung jährlich bis zum Tode des letzten von ihnen eine feste Summe nach der Kopfbzahl zu verteilen. Für den einzelnen Beteiligten bedeutet dies also eine lebenslängliche, durch das Absterben der übrigen stets wachsende Rente, und ein gutes Geschäft macht dabei, wer dieselbe recht viele Jahre hindurch bezieht. Demnach werden sich an der Tontine nur solche beteiligen, die von ihrer körperlichen Konstitution ein langes Aushalten erwarten dürfen. Die Tontinenrentner sind also beim Eintritt eine auserlesen gesunde Gesamtheit, und Deparcieux vermutet daher mit Recht, daß sie langsamer aussterben werden als eine gleich große Menge beliebig ausgewählten Volkes.

Nachdem Deparcieux sich mit diesem praktischen Zweck der mühsamen Arbeit einer neuen Sterblichkeitsermittlung unterzogen hatte, war sein Interesse für die Erscheinung der Regelmäßigkeit des Absterbens großer Menschenmassen an sich geweckt, und er hat, den einseitigen Gesichtspunkt der Verwendbarkeit des Resultates für die Rentenrechnung verlassend, die Sterblichkeit noch verschiedener andersartiger Gruppen untersucht, für welche ihm Beobachtungen zugänglich waren: nämlich die Sterblichkeit von Angehörigen verschiedener Klöster, sowie von Bevölkerungsgruppen ohne besonders charakteristische Merkmale der Lebensweise.

I. Wir folgen dem Deparcieux zunächst in seiner Ermittlung der Sterblichkeit unter Tontinenrentnern.

Sein Material sind die sämtlichen Angehörigen zweier französischen Tontinen, von denen die eine im Jahre 1689, die zweite 1696 errichtet war. Die nötigen Angaben entnimmt er den jährlichen Berichten über die Zahl der noch lebenden Teilnehmer, welche die Tontinenverwaltung zur Kontrolle ihrer Geschäftsführung unter die Interessenten verteilte. Deparcieux verarbeitete die Erfahrungen einer jeden Tontine getrennt und stellte sie in einer eigenen Tabelle¹⁾ zusammen. Die Bearbeitungsweise war beidemal genau die gleiche, und ich beschreibe sie daher

1) Ein Bruchstück der Tabelle für die Beobachtungen der ersten Tontine siehe unten im I. Anhang, No. 1.

nur an der ersten Tontine. Dieselbe war nach dem Alter der Eintretenden in 14 Klassen geteilt: in die erste traten 0- bis 5-jährige ein, in die zweite 5- bis 10-jährige, u. s. w., in die letzte 65- bis 70-jährige. Jede Klasse hatte natürlich ihren besonderen, der größeren oder geringeren Lebenserwartung entsprechenden Einsatz. — Deparcieux weiß nun aus jenen jährlichen Rechnungslegungen, wie viele ursprünglich in jede Klasse eingetreten, und wie viele aus jeder Klasse in jedem Geschäftsjahr verstorben sind. Danach kann er exakt das Absterben jeder Klasse im Laufe der Geschäftsjahre darstellen. Da er aber das Absterben mit dem wachsenden Alter darzustellen wünscht, führt er eine Fiktion ein. Er berechnet, daß die Angehörigen der ersten Klasse, also die 0- bis 5-jährig Eingetretenen, durchschnittlich bei ihrem Eintritt 3, die 5- bis 10-jährig Eingetretenen aber 7, die 10- bis 15-jährig Eingetretenen 12, die 15- bis 20-jährig Beigetretenen 17 Lebensjahre erfüllt hatten, u. s. w. Nun fingiert er, daß diese Klassen wirklich genau in den Altern von resp. 3, 7, 12, 17 u. s. w. Jahren eingetreten seien. Daher gelten ihm dann die aus der ersten Klasse im 1., 2., 3. Geschäftsjahre Verstorbenen als die im 4., 5., 6. Lebensjahre Verstorbenen dieser Klasse, die aus der zweiten Klasse im 1., 2., 3. Geschäftsjahre Verstorbenen als die im 8., 9., 10. Lebensjahre Verstorbenen der zweiten Klasse u. s. f. Nach diesen fiktiven Altern sind die Todesfälle in die Tabelle eingetragen, und es bedeutet z. B. in der mitgeteilten Tabelle in der 5. Klasse (*E*) die Zahl 2 gegenüber dem Alter 33/34 in Wahrheit: daß von den 20- bis 25-jährig Eingetretenen (249 an der Zahl) im 12. Geschäftsjahr zwei verstorben sind; nach der Fiktion aber: daß von den im Alter 22 Eingetretenen im Alter 33 bis 34 zwei verstorben seien. — Die Summe der vor Vollendung des fiktiven Alters x Verstorbenen einer Klasse von der Zahl der ursprünglich Eingetretenen abgezogen, giebt die Zahl der aus dieser Klasse das Alter x Ueberlebenden; sie ist in der 2. Unterpalte einer jeden der 14 Hauptspalten bei jedem 5. Altersjahr eingetragen.

In solcher Weise sind verzeichnet die sämtlichen Erfahrungen, die gemacht sind seit der Gründung der Tontinen bis zum Beginn des Jahres 1742, wo Deparcieux seine Beobachtung abschloß. Der Zeitpunkt der Gründung läßt sich nicht genau feststellen. Es wurde für die erste Tontine anscheinend im Dezember 1689¹⁾ eine Liste zur Subskription aufgelegt und diese einige Zeit später geschlossen. Ob nun jeder einzelne Vertrag im Augenblick der Subskription in Kraft trat, oder ob sämtliche Verträge am nämlichen Termin verbindlich wurden, darüber erhalten wir nicht ausdrücklich Nachricht. Deparcieux nimmt jedenfalls das letztere an: sämtliche Verträge seien am 1. Januar 1690 in Kraft getreten; mithin fällt ihm das Geschäftsjahr mit dem Kalenderjahr zusammen. In Ermangelung genauerer Daten können wir nicht anders als ihm darin folgen mit dem Vorbehalt, daß unsere Interpretation seiner Zahlen von deren wahrer Bedeutung geringfügig

1) Seite 44; im Widerspruch damit die Ueberschrift der Tab. VI.

abweicht, wenn die Sachlage eine andere ist. — Ueber die zweite Tontine wird uns nur mitgeteilt, daß sie im Februar 1696 eröffnet wurde.

Nachdem Deparcieux das Absterben nach fiktiven Altern in allen Klassen jeder der beiden Tontinen bis zum 1. Januar 1742 dargestellt hat, addiert er aus beiden Tontinen die sämtlichen 3-jährig Eingetretenen (ich will sie ${}_3 I_{t_1}^{t_2}$ nennen, durch die Indices die Zeit-¹⁾ und Altersgrenzen andeutend, zwischen denen sie gezählt sind), — desgleichen die 3- bis 7-jährig Verstorbenen $\left({}_3 M_{t_1}^{t_2}\right)$, und erklärt das Verhältnis

$${}_3 \mu_{t_1}^{t_2} = \frac{{}_3 M_{t_1}^{t_2}}{{}_3 I_{t_1}^{t_2}}$$

für die Sterblichkeit $\left({}_3 \mu_{t_1}^{t_2}\right)$ der Angehörigen beider Tontinen zwischen den Altern 3 und 7 während der Beobachtungsfrist.

Darauf addiert Deparcieux die sämtlichen Erfüllungen des Alters 7 $\left(V(7)_{t_1}^{t_2}\right)$ und die im Alter 7 Neueingetretenen $\left({}_7 I_{t_1}^{t_2}\right)$, desgleichen die Todesfälle ${}_{12} M_{t_1}^{t_2}$ der Alter 7 bis 12, und findet in dem Verhältnis

$${}_{12} \mu_{t_1}^{t_2} = \frac{{}_{12} M_{t_1}^{t_2}}{V(7)_{t_1}^{t_2} + {}_7 I_{t_1}^{t_2}}$$

die Sterblichkeit der Gesamtheit für das Alter 7 bis 12.

Und so fort für alle übrigen 5-jährigen Altersstrecken: die Sterblichkeit ist jedesmal die Zahl der in der Altersstrecke Verstorbenen, dividiert durch die Summe der das untere Grenzalter Ueberlebenden und der in diesem Grenzalter Eintretenden.

Deparcieux hat seine Ermittlung der Sterblichkeit unter Tontiniten in der noch jetzt üblichen Form der Absterbeordnung zur Darstellung gebracht²⁾. Er hat dazu aber außer den Erfahrungen der Tontinen von 1689 und 1696, die er uns mitteilt, auch noch die analogen einer anderen Tontine von 1734 verwandt³⁾, ohne sie mitzuteilen: daher lassen sich die Zahlen der Absterbeordnung nicht direkt aus der Sterblichkeit in unseren beiden Tontinen herstellen. Es ist in dieser Absterbeordnung nach der gewöhnlichen Weise aus der beobachteten

1) t_1 bedeutet die Gründungszeit der ersten Tontine, t_2 den Schlußtermin der Beobachtung.

2) Table XIII, 4. Hauptspalte.

3) Seite 47.

Sterblichkeit „nach der Regel de tri“ berechnet worden, wie viele von 1000 Dreijährigen in den Altern 7, 12, 17 etc. noch leben werden; die Differenzen, also die in den Zwischenaltern Verstorbenen, sind jedesmal auf die einjährigen Zwischenalter willkürlich verteilt, so zwar, daß die allmähliche Abnahme des Vorrates der Lebenden möglichst geringe Sprünge aufweist. — Aus der fertigen Absterbetafel weiß Deparcieux dann in der noch jetzt üblichen Weise ganz korrekt die „mittlere Lebenserwartung“ eines jeden Alters zu gewinnen.

Deparcieux erzählt ¹⁾, daß fast alle diese Tontiniten Pariser waren. — Die so wichtige Unterscheidung des Geschlechtes hat er nicht gemacht. — Die Zahlen, auf die er seine Beobachtung gründet, waren noch recht gering. Die beiden Tontinen von 1689 und 1696 zählten zusammen 9260 in den Altern von 0 bis 75 Jahren eingetretene Mitglieder, von denen 7933 während der Beobachtungsfrist verstarben; eine der am stärksten besetzten Altersklassen, die von 47 bis 52 Jahren, umfaßt 5483 teils das untere Grenzalter Erfüllende, teils Neueintretende.

So viel zur Beschreibung der Tontinentafeln des Deparcieux. Wir haben uns nun ein Urteil über sie zu bilden, und zwar thun wir hier wie in ähnlichen Fällen gut daran, gesondert zu betrachten dasjenige, was der Autor nach seiner Auffassung der Sache zu messen beabsichtigt, und dasjenige, was er in der That gemessen hat.

Deparcieux ist überzeugt, daß die Angehörigen einer Klasse, weil sie beim Eintritt ein gewisses Durchschnittsalter x haben, sich in allen wesentlichen Beziehungen ebenso verhalten, wie wenn sie alle mit genau jenem Alter x eingetreten wären. Unter dieser Auffassung stellt dann jede Klasse für sich eine Absterbeordnung dar, entweder eine vollständige, wo sämtliche Mitglieder aussterben, oder eine solche, bei der die Beobachtung nach einem gewissen Alter abgebrochen ist. Ganz natürlich setzen sich dann die Beobachtungen der verschiedenen Absterbeordnungen zusammen zu einer Summenbeobachtung an Gleichaltrigen. — Wir sehen hier den Deparcieux die noch ungeläufige Fragestellung nach der Sterblichkeit einer Gesamtheit zwischen zwei Zeitpunkten sich vorsichtig zurechtlegen im engsten Anschluß an die altgewohnte Frage nach dem Absterben einer Gesamtheit von gleichzeitig Gleichaltrigen: er verändert die wahre Beschaffenheit der Erfahrungen in seiner Hypothese so, daß sie fast genau auf jene bevorzugte Fragestellung antworten, mit der einzigen Ausnahme, daß die Gleichaltrigen, welche während eines Alterszuwachses beobachtet werden sollen, nicht alle zur selben Zeit gleichaltrig sind; diese Abweichung läßt er als irrelevant zu.

Wie sehr das, was er gemessen hat, begrifflich verschieden ist von dem, was er messen wollte, das ahnt Deparcieux gar nicht. Untersuchen wir als Beispiel für diese Verschiedenheit einmal jene Größe, die er für die Sterblichkeit der Gesamtheit zwischen den Altern 7 und

1) Seite 62.

12 ausgiebt. Der Divisor dieses Verhältnisses ist, wie wir sahen, die Summe

1. der Ueberschreitung des fiktiven Alters 7,
2. der mit dem Alter 7 Neueingetretenen —

d. i. in Wahrheit:

1. die Zahl derjenigen 0- bis 5-jährig Eingetretenen, welche den Anfang des 5. Geschäftsjahres erlebt haben,
2. die Zahl der 5- bis 10-jährig Eingetretenen.

Der Dividend der Sterblichkeit aber, nach der Fiktion die Zahl der 7- bis 12-jährig Verstorbenen, ist in Wahrheit die Zahl der Todesfälle, die unter den 0- bis 5-jährig Eingetretenen zwischen dem vollendeten 4. und dem vollendeten 9., und unter den 5- bis 10-jährig Eingetretenen bis zum vollendeten 5. Geschäftsjahre vorgekommen sind. Man macht sich diese wie alle ähnlichen komplizierten Unterscheidungen am besten anschaulich mittelst der von Knapp eingeführten graphischen Darstellung der bevölkerungsstatistischen Probleme. Ich habe die Lage der verschiedenen hier in Betracht kommenden Beobachtungsgebiete zu einander für eine einzige Tontinengesellschaft dargestellt im II. Anhang, Fig. 1: anstatt der Beobachtungen aus dem Altersstreifen *ABGI* liefert uns Deparcieux die Beobachtungen aus den Rechtecken *MNOP* und *CDKL*. Man sieht leicht, daß die letzteren Beobachtungen nicht alle umfassen, welche an der vorliegenden Gesamtheit während der Altersstrecke 7 bis 12 gemacht werden konnten, und daß sie andererseits auch solche enthalten, welche während anderer Alter gemacht sind: die äußersten Grenzen, innerhalb deren alle berücksichtigten Beobachtungen gelegen haben müssen, sind die Alter 4 und 15.

Wir können daher auch sagen: als angebliche Beobachtungen aus dem Alter 7 bis 12 liefert Deparcieux uns einen Teil der Beobachtungen aus dem Alter 4 bis 15.

Nun kann man aus einer Summe von Beobachtungen mit sehr verschiedenem Erfolge einen Teil aussondern. Beispiele erläutern das leicht. Man denke sich aus den sämtlichen im Alter 4 bis 15 gesammelten Erfahrungen einmal alle diejenigen herausgenommen, welche mit einem Todesfall endigen, und zweitens alle diejenigen an solchen Personen, deren Name mit M beginnt. Denkt man sich nun in beiden Fällen die Sterblichkeit ermittelt, so weiß man im ersteren Fall schon im voraus, daß die Sterblichkeit der Teilgesamtheit im Vergleich zu der der ursprünglichen sehr groß sein muß, denn man hat ja durch das Prinzip der Auswahl darauf hingewirkt, daß sie groß werde. Im zweiten Fall dagegen ist durch das Prinzip der Auswahl schlechterdings gar nichts gesagt über die Sterblichkeit in der ausgewählten Gesamtheit; dieselbe muß nach bekannten Regeln der Wahrscheinlichkeit derjenigen sehr nahe kommen, welche durch die Totalsumme der Beobachtungen zwischen den Altersgrenzen 4 und 15 festgestellt ist, falls nur die ausgewählte Gesamtheit genügend groß ist. Es ist das ja ganz die nämliche Erwägung, die uns in dem beliebten Schulbeispiel der Wahrscheinlichkeitsrechnung sagt, daß das unbekannte Ver-

hältnis der Zahlen der in einer Urne enthaltenen weißen und schwarzen Kugeln annähernd gleich ist dem Verhältnis unter den durch eine große Zahl von Ziehungen blind daraus entnommenen Kugeln; oder die uns sagt, daß die aus einer Warenmenge entnommene Stichprobe annähernd dasselbe Verhältnis der Bestandteile aufweisen muß, wie die gesamte Warenmenge. Als eine solche Stichprobe auf die Sterblichkeit unter allen während des Alters 4 bis 15 Beobachteten läßt sich jene Auswahl derjenigen Personen, deren Namen mit M beginnen, am kürzesten charakterisieren.

Untersuchen wir nun, welcher von beiden Arten der Auswahl diejenige angehört, welche Deparcieux uns aus den gesamten Beobachtungen des Alters 4 bis 15 liefert, so sehen wir, daß ihr Prinzip keinerlei generelle Bevorzugung der Todesfälle einerseits oder der Fälle langer Lebensdauer andererseits einbegreift. Indessen können wir diese Auswahl doch nicht ohne weiteres als eine Stichprobe bezeichnen. Denn aus der begrifflichen Bestimmung sowohl wie noch leichter aus der graphischen Darstellung ersieht man, daß das Auswahlprinzip den aus dem Alter 7 bis 12 stammenden Beobachtungen einen weiteren Spielraum eröffnet, als den aus anderen Altern stammenden, daß also die Auswahl von jenen wahrscheinlich entsprechend mehr enthalten wird als von diesen. Sofern das Alter einen Einfluß auf die Sterblichkeit übt, wird also die Sterblichkeit innerhalb der von Deparcieux gelieferten engeren Auswahl eine andere sein als die unter allen zwischen den Altern 4 und 15 Beobachteten.

Demnach gestatten die von Deparcieux zur Ermittlung der Sterblichkeit in dem fiktiven Alter 7 bis 12 benutzten Daten bei richtiger Verwertung eine Probe auf die Sterblichkeit zwischen den Altern 4 bis 15, eine Probe, auf deren Ausfall die zwischen den Altern 7 und 12 herrschende Sterblichkeit einen größeren Einfluß ausübt als die Sterblichkeit außerhalb dieser Grenzen.

Unter der „richtigen Verwertung der Daten“ ist zu verstehen, daß man die während der Beobachtungsfristen verlebte Zeit als Divisor des Sterblichkeitsquotienten verwende, an Stelle der Zahl der Personen, von denen sie verlebt ist. Man findet diese verlebte Zeit schätzungsweise leicht aus der Zahl der Personen, indem man berücksichtigt, daß die Verstorbenen durchschnittlich nur die Hälfte der Beobachtungsfrist durchlebt haben. Daß zur Ermittlung der Sterblichkeit innerhalb einer irgendwie definierten Beobachtungsmasse die Todesfälle auf die verlebte Zeit und nicht auf die entsprechenden Personen bezogen werden müssen — dies ist eine Anschauung, die von G. F. Knapp, allerdings zunächst nur in seinen akademischen Vorlesungen, eingehend begründet ist.

Dieselben Betrachtungen, die wir hier für das Alter 7 bis 12 angestellt haben, lassen sich natürlich mutatis mutandis auf jedes andere Alter erstrecken und ergeben allgemein, daß die von Deparcieux für das fiktive Alter x bis $(x + 5)$ gelieferten Daten eine Schätzung der Sterblichkeit zwischen den Altern $(x - 3)$ und $(x + 5 + 3)$ mit be-

sonderer Bevorzugung der Sterblichkeit des Alters x bis $(x + 5)$ gestatten.

Dies ist die genaueste Angabe, welche sich über die logische Beziehung der von Deparcieux versuchten Ermittlung der Sterblichkeit zu der Sterblichkeit seines Beobachtungsmaterials zwischen gewissen Altersgrenzen machen läßt.

Es mußte diese Beziehung deshalb so gründlich erörtert werden, weil Deparcieux' Verfahren sowie unsere Beurteilung desselben typisch ist für eine große Reihe ähnlicher Erscheinungen, die uns später beschäftigen werden. Alle Erforscher unseres Gebietes mit zwei Ausnahmen gruppieren die Beobachtungsdata, die sie für die Ermittlung der Sterblichkeit nach dem Alter beibringen, auf der Grundlage gewisser Fiktionen über das Alter. Und die psychologische Erklärung ihres Verfahrens ist stets dieselbe wie bei Deparcieux. Aus der unleugbaren Thatsache, daß eine Beobachtungsgesamtheit zur Zeit ihres Eintrittes in die Beobachtung ein gewisses Durchschnittsalter besitzt, folgert man fälschlich, daß sie im Lauf der Zeit die nämlichen Erfahrungen liefern werde, wie eine gleich große Gesamtheit, die man genau von demjenigen Lebensalter an, welches für jene das Durchschnittsalter ist, während der nämlichen Dauer beobachten würde: unter dieser Annahme kann man die Erfahrungen an einer Gesamtheit der ersteren Art an Stelle derjenigen an einer Gesamtheit der letzteren Art benutzen.

Natürlich ist eine solche Annahme aber völlig willkürlich und raubt der Sterblichkeitsbeobachtung den ihr wesentlichen Charakter der reinen Empirie; das Resultat, das unter der Herrschaft dieser Hypothese zustande kommt, hat, wie an Deparcieux gezeigt ist, logisch nur den Wert einer Schätzung anstatt den einer exakten Messung, und zwar stets einer Schätzung der Sterblichkeit zwischen weiteren Altersgrenzen als denjenigen, für welche nach der Fiktion die Sterblichkeit geliefert werden soll. Indem man eine Gesamtheit von Personen, über deren jede genaue Beobachtungen nach Zeit und Alter vorliegen, derartigen Altersfiktionen unterwirft, beraubt man sich somit gerade des Vorzuges, den solches Material vor dem der Bevölkerungsstatistik voraushat: des Vorzuges der Möglichkeit exakter Sterblichkeitsmessung.

Deparcieux' Tontinenmaterial gestattet solche exakte Messung überhaupt nicht, weil die Angaben über das Alter der Eintretenden nur innerhalb so weiter Grenzen gegeben sind. Nachdem die 0- bis 5-, 5- bis 10-, 10- bis 15- u. s. w. -jährig Eingetretenen vom Aufnahme-termin an während eines Jahres beobachtet sind, hat man gewisse, ohne Rücksicht auf die Sterblichkeit abgegrenzte Summen von verlebter Zeit und Todesfällen, die je den Altern 0 bis 6, 5 bis 11, 10 bis 16 u. s. w. angehören. Indem man diese Betrachtung von Jahr zu Jahr fortsetzt, erhält man (aus den verschiedenen Klassen) noch mehrere derartige Beobachtungsmengen, die den Altern 5 bis 11, 10 bis 16 u. s. w. angehören, und wenn man endlich alle Beobachtungen

einer jeden solchen 6-jährigen Altersstrecke zusammenwirft, erhält man je eine annähernde Stichprobe der Sterblichkeit in diesem Alter.

Dieses ist das Maximum der Genauigkeit der mit den Zahlen des Deparcieux anzustellenden Schätzungen der Sterblichkeit. Ich theile es mit, um ein Urtheil zu geben über den Wert, den diese Zahlen haben können für die Beantwortung der so sehr interessanten Frage nach der Aenderung der Sterblichkeit im Laufe der 150 bis 200 Jahre, die seit den Beobachtungen Deparcieux' bis jetzt verflossen sind. Der relativ geringe Umfang des Materials, die mangelnde Unterscheidung des Geschlechts, sowie die große Weite der Altersspielräume lassen diesen Wert nicht erheblich erscheinen. Es sind an dieser, wie auch an den anderen älteren Untersuchungen über die Sterblichkeit heute einzig die Methoden von Interesse, als die Fußspuren, welche das Nachdenken der Menschen über diesen Gegenstand bei seinem Fortschreiten hinterlassen hat, durch sie die Weite und die Richtung seiner Schritte markierend.

II. Die zunächst rein praktischen Zwecken — denen der Rententheorie — dienenden Untersuchungen der Sterblichkeit unter Tontinuten haben in Deparcieux, wie wir bereits bemerkten, eine naturwissenschaftliche Forschungslust erweckt, diesem interessanten Naturphänomen der Regelmäßigkeit der Sterblichkeit weiter nachzuspüren. Gelegenheit dazu fand er in den Aufzeichnungen verschiedener Klöster über ihren Mitgliederbestand, in welche Register er sich Einsicht zu verschaffen wußte. Ueber das Ziel dieser Untersuchungen spricht er sich sehr charakteristisch aus in folgenden Sätzen¹⁾: „Man glaube nicht, daß ich die Absterbeordnung, die ich für Rentiers entworfen habe, bestätigen will durch eine solche für Klosterleute. Ich will nur verschiedene Gesellschaften von Klosterleuten unter sich vergleichen, und aus der Aehnlichkeit der betr. Absterbeordnungen, die alle auf Leute gleicher Art gegründet sind, werden diejenigen, die durchaus nichts von der annähernden Gleichmäßigkeit der Sterblichkeit unter verschiedenen, passend gewählten Gesamtheiten wissen wollen, ein Urtheil gewinnen über die thatsächlich bestehende Uebereinstimmung der Absterbeordnungen unter verschiedenen Gesamtheiten, die am gleichen Ort zu verschiedenen Zeiten oder zu gleicher Zeit an verschiedenen Orten desselben Landes beobachtet worden sind.“

Deparcieux hat also bereits die — sehr moderne — Ansicht, daß verschiedene Umstände eine verschiedene Sterblichkeit hervorbringen; und zwar schreibt er den allgemeinen Lebensumständen — ob man z. B. sein Leben weltlich oder als Klostergeistlicher verbringt — einen wesentlichen, der Zeit und dem Ort des Lebens dagegen einen unmerklichen Einfluß zu, theils aus logischen Gründen, theils weil er es beobachtet zu haben meint.

Um die beabsichtigten Vergleichen anstellen zu können, bildete Deparcieux sich 5 verschiedene Beobachtungsgesamtheiten, nämlich:

1) Seite 74 und 75.

1. die 2045 Mönche, welche in der Zeit von 1607 bis 1669 einschließlich in den Altern von 17—26 Jahren in die Benediktinerabtei St. Maur eingetreten waren ¹⁾);
2. die 2837 Benediktinermönche, die von 1685 inkl. bis Mitte 1745 verstorben waren, und deren Eintrittsalter zwischen dem vollendeten 16. und dem vollendeten 26. Lebensjahre lag ²⁾);
3. die 1471 Mönche von St. Geneviève mit der Sterbezeit 1685 bis 1744 inkl. und dem Eintrittsalter 16 bis 26 ³⁾);
4. die 2298 Mönche verschiedener Orden ⁴⁾ (deren jeder allein ein zu kleines Beobachtungsmaterial lieferte) mit der Sterbezeit 1685 bis Mitte 1745 und dem Eintrittsalter 16 bis 26 ⁵⁾);
5. die 1519 Nonnen verschiedener Pariser Klöster ⁶⁾ mit der Sterbezeit 1685 bis Mitte 1745 und dem Eintrittsalter 16 bis 24 ⁷⁾).

Jede dieser 5 Gesamtheiten ist vom Eintritt ins Kloster bis zum Tode des letzten ihrer Mitglieder beobachtet worden. In der 2. bis 4. Gruppe lag das schon wegen des zur Abgrenzung benutzten Merkmals, der Sterbezeit, nahe; daß Deparcieux aber dieser Eigenschaft des Materials einen ganz besonders hohen Wert beimaß, sieht man daran, daß er in der ersten Gruppe die als Abgrenzungsmerkmal benutzte Eintrittszeit so früh abschloß, daß der letzte aus ihr Stammende vor der Zeit, wo Deparcieux seine Rechnungen anstellte, bereits verstorben war, nämlich im Jahre 1745; „auf diese Weise habe ich alles, sowohl die in niedrigem, als die in hohem Alter Verstorbenen“, setzt Deparcieux, seine Auffassung charakterisierend, hinzu.

Jede der 5 Gruppen ist zur Ermittlung ihrer Sterblichkeit in genau derselben Weise behandelt worden, wie die Tontinenrentner. Deparcieux weiß aus den Klosterregistern von jedem Mitglied einer Gruppe das Eintrittsalter und die Dauer seiner Zugehörigkeit zum Kloster bei seinem Tode; danach ordnet er die Gruppe in Eintrittsaltersklassen (17- bis 18-, 18- bis 19-, u. s. w. -jährig Eingetretene), und jede Eintrittsklasse in Unterabteilungen solcher, die im 1., 2., 3. u. s. w. Jahre ihrer Klosterangehörigkeit ⁸⁾ verstorben waren. Diesen Thatbestand verwandelt er mit Hilfe einer Fiktion in die Beobachtung des Aussterbens der Klasse nach dem Alter; z. B. von den 17- bis 18-jährig Eingetretenen gilt ihm als 17- bis 18-jährig verstorben, wer starb, als er noch kein ganzes Jahr Mönch gewesen war, als 18- bis 19-jährig verstorben, wer zwischen dem ersten und zweiten Jahrestag der Ablegung seines Gelübdes starb, u. s. w. Durch Subtraktion der fiktiv 17- bis 18-jährig Verstorbenen von den 17- bis 18-jährig Ein-

1) Table VIII.

2) Table IX.

3) Table X.

4) Aufgezählt Seite 76.

5) Table XI.

6) Aufgezählt Seite 76.

7) Table XII.

8) „pendant la première, seconde . . . année de leur profession“.

getretenen findet Deparcieux die Ueberschreitungen des fiktiven Alters 18, und entsprechend die der übrigen fiktiven Alter.

Nachdem er das Material der Gruppe für alle Klassen so disponiert hat, addiert er die sämtlichen Ueberschreitungen des fiktiven Alters 20 ($V(20)_{t_1}^{t_2}$), dazu die 20- bis 21-jährig Eingetretenen (${}_{20}^{21}I_{t_1}^{t_2}$), und setzt die Summe in Beziehung zu denjenigen in ihr Begriffenen (${}_{20}^{25}M'_{t_1}^{t_2}$), die im Alter 20 bis 25 verstorben sind, um so die Sterblichkeit der Gruppe im Alter 20 bis 25 zu erhalten:

$${}_{20}^{25}\mu_{t_1}^{t_2} = \frac{{}_{20}^{25}M'_{t_1}^{t_2}}{V(20)_{t_1}^{t_2} + {}_{20}^{21}I_{t_1}^{t_2}}$$

So berechnet er die Sterblichkeit für jede 5-jährige Altersstrecke, und darnach eine Absterbeordnung vom Alter 20 ab nach genau dem nämlichen Verfahren, das er bei den Tontiniten angewandt hat ¹⁾.

Die Beurteilung dieser Tafeln des Deparcieux wird zunächst die Aehnlichkeit des Messungsverfahrens mit dem bei den Tontiniten angewandten hervorzuheben haben. Hier wie dort gestaltet Deparcieux sich sein Material mit Hilfe einer Fiktion so, dass es ihm eine Anzahl von natürlichen Absterbeordnungen zu liefern scheint, d. h. eine Anzahl von Beobachtungen darüber, um wie viel ein gegebener Vorrat von Menschen eines bestimmten Alters sich am Ende eines jeden späteren Lebensjahres durch den Tod vermindert hat. Bei dem Klostermaterial sind diese Vorräte noch dazu alle vollständig, d. h. bis zum völligen Verschwinden beobachtet, während bei den Tontiniten in einigen Gruppen die Beobachtung nach einem bestimmten Alter abgebrochen erscheint. Deparcieux braucht aus diesen verschiedenen Absterbeordnungen nur die für irgend eine Altersstrecke gefundenen Zahlen der Lebenden und Verstorbenen in zwei Summen zusammenzuwerfen, um die Sterblichkeit der ganzen Gruppe in dieser Altersstrecke zu finden. In der Art, wie er diese Zusammenfassung vorgenommen hat, tritt ein Zug von psychologischem Interesse hervor. Will er z. B. die Sterblichkeit des Alters 20 bis 25 ermitteln, so findet er dazu teils solche vor, die das Alter 20 bereits als Mönche erfüllt haben, teils solche, die erst 20- bis 25-jährig in den Orden und damit in die Beobachtung eingetreten sind. Nur die Beobachtung der ersteren entspricht genau der Fragestellung, die Deparcieux von der Absterbeordnung her gewohnt ist; von den letzteren scheinen ihm die 20- bis 21-jährig Eingetretenen aber den vom Alter 20 ab Beobachteten noch nahe genug zu stehen, um gleich diesen auf die vorgelegte Frage zu antworten. So beobachtet er also die das Alter 20 Ueberlebenden und die 20- bis 21-jährig Eingetretenen bis zum Alter 25, die 21- bis 25-jährig Eingetretenen dagegen läßt er für diese Altersstrecke völlig außer Betracht. Man

1) Table XIII.

sieht daraus zweierlei. Einmal, daß Deparcieux einen sehr feinen Instinkt für derartige Betrachtungen besaß, der ihn vorbeiführte an der in gefährlicher Nähe liegenden Klippe des Fehlschlusses: diese 20- bis 25-jährig Eingetretenen waren alle jedenfalls einmal 20 Jahre alt, also (!) kann ich sie den vom Alter 20 an unter Beobachtung Lebenden zurechnen. Da der Ausschluß von Beobachtungen, den er vornimmt, ohne Rücksicht auf deren Sterblichkeitsverhältnis vollzogen wird, so kommt Deparcieux instinktmäßig zu einem Resultat, das ohne große Abweichung von der Sterblichkeit in der gesamten fiktiven Beobachtungsmenge sein wird. Aber er geht nicht konsequent vor, indem er bei den 20- bis 21-jährig Eingetretenen den Fehler begeht, den er bei den übrigen vermeidet. Und so sieht man denn aus diesem Zuge zweitens, daß Deparcieux der prinzipiellen Erledigung der auftauchenden Schwierigkeit und damit der Erhebung zu einer allgemeineren Erfassung der Probleme der Sterblichkeitsmessung doch keineswegs fähig ist. Er umgeht klug das Hindernis, anstatt es zu nehmen.

Nachdem wir hiermit unserem entwicklungsgeschichtlichen Interesse für das Messungsproblem, das dem Deparcieux bei seinem Klostermaterial vorzuliegen schien, genügt haben, bleibt zu erwägen, welche wahre Bedeutung diese Messungen Deparcieux' haben. Und zwar wollen wir dem Deparcieux zunächst nicht in seiner Beobachtung der 5-jährigen Altersstrecken folgen, sondern untersuchen, was sich ergibt, wenn man genau das nämliche Verfahren auf einjährige Altersstrecken anwendet, damit wir so gleich die engsten Grenzen kennen lernen, zwischen denen sich mit derartigen Beobachtungen, wie sie Deparcieux verwandte, die Sterblichkeit ermitteln läßt.

Wenn Deparcieux die Sterblichkeit einer seiner 5 Mönchsgruppen während einer Altersstrecke x bis $(x + 1)$ hätte angeben sollen, so hätte er sie in Uebereinstimmung mit seinem Verfahren für die 5-jährigen Altersstrecken nur bestimmen können als

$${}^{x+1}_x \mu_{t_1}^{t_2} = \frac{{}^{x+1}_x M_{t_1}^{t_2}}{V(x)_{t_1}^{t_2} + {}^{x+1}_x I_{t_1}^{t_2}}.$$

Nun sind diejenigen, die das fiktive Alter x überleben $[V(x)]$, in Wahrheit diejenigen, bei denen die Dauer der Klosterangehörigkeit länger war als so viele $(x - a)$ ganze Jahre, daß diese Jahre, zur unteren Grenze a des Eintrittsalters a bis $(a + 1)$ addiert, das fiktive Alter x ergaben. Die wahren Grenzen des Alters, zwischen denen diese Dauer der Klosterangehörigkeit überschritten wurde, waren daher $a + (x - a)$ und $(a + 1) + (x - a)$, d. h. x und $x + 1$. Andererseits kann aber auch innerhalb der Altersgrenzen x und $(x + 1)$ kein neues Jahr der Dauer der Klosterangehörigkeit angetreten worden sein, ohne daß der Fall unter der Summe $V(x)$ mitgezählt wäre — ausgenommen nur diejenigen, welche im Alter x bis $(x + 1)$ erst eingetreten sind. Die letzteren machen aber die Zahl ${}^{x+1}_x I_{t_1}^{t_2}$ aus. Also wird als Nenner des Sterblichkeitsquotienten, als die Größe

$V(x)_{t_1}^{t_2} + {}^{x+1}_x I_{t_1}^{t_2}$, benutzt die Zahl der Fälle, wo im Alter x bis $(x+1)$ ein neues Jahr der Dauer der Klosterangehörigkeit angetreten wurde. Der Zähler ${}^{x+1}_x M_{t_1}^{t_2}$ aber ist nichts anderes als die Zahl der Todesfälle, die sich während eben dieser im Alter x bis $(x+1)$ angetretenen Dauerjahre ereignet haben.

Anstatt also die Beobachtungen aus dem Lebensjahr x bis $(x+1)$ zu sammeln, werden gesammelt die Beobachtungen aus denjenigen vollen Jahren der Dauer der Klosterangehörigkeit, die in jenem Lebensjahre x bis $(x+1)$ beginnen. Daraus ergeben sich die Altersgrenzen, zwischen denen die Beobachtungen gemacht sein müssen: es sind die Alter x und $(x+2)$. (Im II. Anhang, Fig. 2, findet sich die Lage des wirklichen Beobachtungsgebietes zu dem fiktiven graphisch dargestellt.) Wir haben es also bei jener angeblichen Sterblichkeit des Alters x bis $(x+1)$ mit einem Teil der Erfahrungen des Alters x bis $(x+2)$ zu thun, und zwar ist das Merkmal, wonach die Todesfälle und die verlebte Zeit einander zugeordnet sind — die Lage in einem der im Alter x bis $(x+1)$ angetretenen vollen Dauerjahre — an sich indifferent für die Sterblichkeit. Indessen ist es nicht indifferent für das Alter. Man macht sich das am besten durch die graphische Darstellung klar. Wenn über die Alter beim Antritt der Dauerjahre gar nichts bekannt ist, so ist die wahrscheinlichste Annahme, daß sie sich ziemlich gleichmäßig über die ganze Altersstrecke x bis $(x+1)$ verteilen. Nun denke man sich (siehe Fig. 3) durch die Alterslinien x und $(x+1)$ an beliebiger Stelle und unter beliebigem Winkel eine Gerade AD gezogen, sodann auf sie die sämtlichen Anfangspunkte der Dauerjahre durch Altersparallelen projiziert, und von den in nahezu gleichen Abständen auf AD liegenden Projektionspunkten aus die Aufenthaltslinien parallel ihrer ursprünglichen Lage eingezeichnet. Dann sind die sämtlichen Altersbeziehungen, auf die es uns augenblicklich allein ankommt, unter den durch Projektion konstruierten Linien genau dieselben, wie unter den ursprünglichen. Die sämtlichen Erfahrungen an ersteren sind dargestellt innerhalb des Parallelogramms $ABCD$. Aus diesem kann man nun durch Altersparallelen in verschiedener Weise ein Stück ausschneiden, das größer ist, also einen größeren Spielraum zur Gewinnung von Sterblichkeitserfahrungen bietet, als der Rest. Da uns praktisch immer die Sterblichkeit einjähriger Altersstrecken mit möglichst einfachen Grenzen am meisten interessiert, so wollen wir die Beziehungen des durch die Parallelen der Alter $(x+\frac{1}{2})$ und $(x+\frac{3}{2})$ ausgeschnittenen Stückes $BFEDHG$ zu dem Rest: EFC und AGH , untersuchen. Wenn man durch die übliche geometrische Bezeichnung eines Dreieckes kurz seinen Inhalt an Erfahrungen (verlebter Zeit und Todesfällen) ausdrückt, so bestehen nach Erwägungen der Wahrscheinlichkeit annähernd die Gleichungen

$$\begin{array}{r} AGH = DHI \\ CEF = BFI \\ \hline AGH + CEF = DHI + BFI \end{array}$$

d. h.: die Summe der außerhalb der beiden Altersparallelen $(x + \frac{1}{2})$ und $(x + \frac{3}{2})$ belegenen Erfahrungen ist annähernd gleich einem Teil der Summe der innerhalb ihrer belegenen Erfahrungen.

Man übersetzt die Betrachtung der graphischen Darstellung leicht zurück in die Betrachtung der dargestellten Begriffe und kommt zu dem Ergebnis, daß der für fiktive Alter bestimmte Wert ${}^{x+1}_{x}\mu_{t_1}^{t_2}$ in Wahrheit eine Schätzung ist der Sterblichkeit im Alter x bis $(x + 2)$, auf welche jedoch Erfahrungen aus dem Alter $(x + \frac{1}{2})$ bis $(x + \frac{3}{2})$ einen bedeutend stärkeren Einfluß geübt haben als Erfahrungen aus dem Rest des Altersspielraumes. Es würde wenig Wert haben, wollte man versuchen, die Höhe des Einflusses der beiden Bestandteile genauer zu bestimmen.

Man sieht, daß in diesem Falle die Fiktion einen ganz ähnlichen Einfluß auf das Resultat gehabt hat, wie wir ihn oben bei den Tontinentafeln festgestellt haben.

Deparcieux selbst hat diejenigen, die im Alter x bis $(x + 1)$ ein neues Jahr der Dauer der Klosterangehörigkeit antraten, nicht, wie wir zuvor, während eines, sondern während 5 Jahren vom Antritt jenes neuen Dauerjahres ab beobachtet und demnach Erfahrungen aus dem Alter x bis $(x + 6)$ erhalten, unter denen diejenigen aus dem Alter $(x + \frac{1}{2})$ bis $(x + \frac{11}{2})$, sowie auch noch die aus dem Alter $(x + 1)$ bis $(x + 5)$ den Rest so beträchtlich überwiegen, daß man das Gesamtergebnis mit großer Annäherung an die Wahrheit als eine Schätzung der Sterblichkeit zwischen diesen engeren Grenzen ansehen kann. —

Wir haben unsere Kritik bis so weit auf Deparcieux' Verfahren zur Messung der Sterblichkeit innerhalb der zuvor definierten Gruppen beschränkt. Nicht minder wichtig aber ist es, daß wir ein Urteil gewinnen über die Art der Gruppenbildung, über die dazu verwandten Merkmale selber.

Ueerblicken wir die 5 Gruppen von Klosterleuten, so finden wir, daß eine Anzahl der definierenden Merkmale bei ihnen allen von ähnlicher Art und Bedeutung sind: Angaben über das Geschlecht, die Klosterangehörigkeit, und damit über Lebensweise und Aufenthaltsort. In einem Merkmal aber unterscheidet sich, wie wir schon kurz berührt haben, die erste Gruppe von Mönchen erheblich von den 4 übrigen: sie enthält die sämtlichen in einem Zeitraum Eintretenden, die 4 anderen dagegen die sämtlichen in einem Zeitraum Verstorbenen aus je einer größeren, durch weitere Merkmale definierten Gesamtheit.

Deparcieux selbst weiß, daß diese Verschiedenheit der Definitionsmerkmale eine erhebliche Verschiedenheit in dem Ergebnis der Messung erzeugen kann. Das Merkmal der Geburtszeit erscheint ihm völlig unbedenklich, denn man erhalte ja so gerade was man wolle, nämlich die Kenntnis des Aussterbens einer Anzahl von Personen. Das andere Merkmal dagegen sei nur bedingungsweise zulässig. „Wenn man,“ sagt er ¹⁾, „Alle nähme, die in einem Orden seit dessen Grün-

1) A. a. O. Seite 80.

dung bis jetzt verstorben sind, so wäre die danach hergestellte Absterbeordnung mangelhaft, weil diejenigen, die gegen den Anfang verstorben sind, nur jung verstorben sein können — da man ja hier nur solche erfaßt, die zwischen 16 und 25¹⁾ Jahren ihr Gelübde abgelegt haben²⁾ —, und während man nun unter den jetzt kürzlich Verstorbenen Junge und Alte hat, würde man (in der Summe) unverhältnismäßig viel Jungverstorbene bekommen. Deshalb habe ich bei den Tafeln IX bis XII zu Grunde gelegten Orden nur die seit 1685 bis jetzt Verstorbenen genommen. Man sieht leicht, daß der eben beschriebene Fehler sich wieder einstellen würde, wenn von 1685 an die Zahl der lebenden Mönche zunehmen würde. Und im Gegenteil, wenn ihre Zahl abnähme, so erhielte man unverhältnismäßig viel Alte.“ Nun hätten aber seit 1685 die Benediktiner „eine ziemlich vollendete Gleichmäßigkeit bewahrt“, bei den übrigen Orden aber seien die Abweichungen derart, daß die Fehler sich aufhoben.

Hiernach verlangt Deparcieux, daß für beliebige Zeiträume, z. B. Kalenderjahre, die Zahlen der in jeder Altersstrecke Verstorbenen ein gewisses Verhältnis zu einander innehalten sollen, einerlei, in welchem Teile der gesamten Beobachtungsfrist diese Zeiträume liegen. Wie dieses Verhältnis beschaffen sein soll, darüber wird nichts Näheres gesagt, es wird nur verlangt, daß nicht prinzipiell, d. h. durch die Definition der Beobachtungszeit, die einen oder die anderen Sterbealter ausgeschlossen seien, und daß auch nicht ihre Berücksichtigung oder ihr Ausschluß durch äußere Umstände, wie die zeitliche Verteilung der Eintritte, augenfällig bevorzugt werden solle. Vielleicht schwebte Deparcieux als jenes angestrebte Verhältnis dasjenige vor, das bei den in eben jenem Zeitraum 1685 bis 1745 Eingetretenen unter den Zahlen der in den einzelnen Altern Verstorbenen zu beobachten sein würde, wenn man die Beobachtung bis zum Tode des letzten erstreckte. Knapp³⁾ hat nachgewiesen, daß die von Deparcieux aufgestellten Bedingungen nebst der weiteren der konstanten Absterbeordnung diejenigen sind, unter welchen die letztgenannte Gesamtheit die nämlichen Zahlen für die einzelnen Sterbealter liefert, wie die des Deparcieux. Inwieweit unser Autor sich diesen Zusammenhang klar gemacht hat, darüber fehlen Anhaltspunkte. Nach den citierten Sätzen enthebt er sich jeder weiteren Argumentation mit einem: „tout cela est aisé à sentir“; und so mag er das Richtige wohl mehr instinktmäßig gefühlt als durch scharfe Ueberlegung gefunden haben.

Die Auffindung des logischen Unterschiedes zwischen Messungen der Sterblichkeit an Gesamtheiten der einen oder anderen Abgrenzungsart ist mithin eine von Deparcieux uns zur Lösung überlassene Aufgabe.

1) Ungenau für 26. — Die überwiegende Mehrzahl der Mönche trat in diesem Alter 16 bis 26 ein.

2) Offenbar ein schiefer Ausdruck: andere als 16- bis 26-jährig Eingetretene erfaßt man überhaupt nicht. Deparcieux will sagen: da die hier Verstorbenen noch nicht weit über ihr Eintrittsalter 16 bis 26 hinausgelangt sein können.

3) Geschichte der Theorie des Bevölkerungswechsels, Seite 70 und 71.

Diejenigen Mitglieder einer irgendwie definierten weiteren Gesamtheit, welche durch eine gewisse Sterbezeit gekennzeichnet sind, bilden unter sich eine engere Gesamtheit, deren Bestand mit wachsendem Alter (von einer in der Definition der Gesamtheit gegebenen unteren Grenze anfangend) sich durch Absterben stets verringert, darin einer durch eine gewisse Geburtszeit bestimmten Gesamtheit völlig gleich. Die Sterblichkeit der Gesamtheit nach dem Alter ist bis zu jener Grenze (bei Deparcieux' Mönchen bis zum frühesten Aufnahmealter) ex definitione bekannt, nämlich Null; von da ab bis zum höchsten vorgekommenen Sterbealter kann sie in der gewöhnlichen Weise gemessen werden. Indessen liefert uns hier die formale Messungsoperation nicht diejenige Erkenntnis, um deren willen wir sie sonst vorzunehmen pflegen.

Um das zu erläutern, möchte ich einen mechanischen Vorgang heranziehen. Man denke sich in einem Gefäße einen sehr großen Vorrat (vielleicht eine Million) von Kugeln, die gruppenweise von verschiedener Farbe sind. Die Kugeln je einer Farbe sind unter sich ganz gleich, aber Kugeln verschiedener Farben sind stets verschieden an Gewicht und an Glätte der Oberfläche, so zwar, daß die schwersten zugleich die glattesten, die zweitschwersten die zweitglattesten sind, u. s. w. Es ist dafür Sorge getragen, daß die verschiedenartigen Kugeln völlig regellos durch das ganze Gefäß verteilt sind. Im Boden der Urne befindet sich ein Loch, groß genug, um mehreren Kugeln zugleich den Austritt zu verstatten; es ist durch einen Schieber verschlossen. Dieser Schieber nun werde geöffnet und so lange offen gehalten, bis eine große Zahl von Kugeln, die aber doch keinen sehr bedeutenden Bruchteil der Gesamtzahl ausmacht (vielleicht $5000 = \frac{1}{200}$ Million), herausgerollt ist. Alsdann werde gezählt, wie viele der aus dem Gefäße entnommenen Kugeln je die gleiche Farbe haben.

Wären sämtliche Kugeln in allen für die beschriebene Bewegung wesentlichen Eigenschaften einander völlig gleich, so müßten nach bekannten Regeln der Wahrscheinlichkeit und deren experimentellen Bestätigungen die einzelnen Farben an den abgezapften Kugeln annähernd gleich stark beteiligt sein, wie an dem ursprünglichen Vorrat, oder, was das nämliche ist, von jeder Kugelgattung müßte nahezu der gleiche Bruchteil des anfänglichen Bestandes abgesondert sein. Nun sind aber die einen Kugeln schwer und glatt, die anderen leicht und rau. Die ersteren müssen also mit bedeutend größerer Gewalt in dem Kugelstrom vorwärts gedrungen sein als die letzteren, ihrer muß ein merklich größerer Bruchteil die Urne verlassen haben. Die Differenzen zwischen den Verhältnissen je der abgezapften Kugeln einer Art zu den überhaupt vorhandenen derselben Art sind der experimentelle Nachweis für die Differenzen der unter den gegebenen Bedingungen den einzelnen Kugelarten eigentümlichen Beweglichkeit. Diese letztere festzustellen allein aus den Anteilen der einzelnen Gattungen an dem Erguß, würde unmöglich sein. Denn es fehlt für je zwei solcher Anteile jener Wahrscheinlichkeitsnexus, des Inhaltes, daß dieselben nahezu gleich sein müßten bei gleicher Beweglichkeit der Arten, jener Nexus, welcher notwendig bestehen muß, damit man aus den Unterschieden

der Anteile auf Unterschiede der Beweglichkeit schließen kann. Vielmehr zeigt sich in den Mengenverhältnissen der Arten unter dem Ergüsse die verbundene Wirkung einerseits ihrer relativen Beweglichkeit, andererseits aber ihrer Beteiligung an der Zusammensetzung des gesamten Kugelvorrates.

Die Logik dieses einfachen mechanischen Vorganges ist in der Hauptsache sehr ähnlich derjenigen, die wir bei der Sterblichkeitsmessung anwenden. Die Beziehungen zwischen beiden sind leicht aufzufinden. Es sei die Aufgabe gestellt, die Sterblichkeit zu messen unter denjenigen Menschen, die, gewisser Merkmale $A, B, C \dots$ theilhaftig, gelebt haben oder gestorben sind. Dann entspricht den sämtlichen Kugeln der Urne die Gesamtheit jener Menschen während der Lebenszeit, in der sie die Merkmale $A, B, C \dots$ trugen, oder, schärfer ausgedrückt: die Summe der von ihnen im Besitze jener Merkmale verlebten Zeiteinheiten. Die verschiedenen Arten der Kugeln gleichen verschiedenen Klassen jener Menschen, z. B. Altersklassen. Die Dauer der Oeffnung des Schiebers ist die Dauer der Beobachtung der Gesamtheit. Die unter dem Einfluß der Schwerkraft herausfallenden Kugeln sind die Sterbenden, die der Summe der dem menschlichen Leben ein Ende setzenden Ursachen verfallen. Die verschiedene Beweglichkeit der Kugelarten versinnbildlicht die verschiedene Neigung der Klassen (Altersklassen), den Todesursachen zu erliegen.

Wäre diese Neigung in allen Klassen gleich, so müßte das Verhältniß der Verstorbenen zu den Lebenden in allen Klassen nahezu das gleiche sein. Deshalb dürfen experimentell gefundene Differenzen zwischen den Verhältniszahlen gedeutet werden als Anzeichen und Maß für die verschiedene Lebensfähigkeit der Klassen. — Nicht gestattet dagegen solche Deutung die Verschiedenheit der Anteile der Klassen an der Zahl der Verstorbenen allein. Sie — und mit ihr natürlich die unter den Verstorbenen, als unter einer für sich allein betrachteten Gesamtheit, nach den Klassen ermittelte Sterblichkeit — ist das vereinte Ergebnis einerseits der einer jeden Klasse spezifischen Gefährdung des Lebens, andererseits der Größenverhältnisse der Klassen unter den Lebenden.

Die notwendige und ausreichende Bedingung dafür, daß man die Wirkung verschiedener Gruppenmerkmale (z. B. verschiedener Alter) auf die Sterblichkeit erkennen könne, ist das Bestehen der Wahrscheinlichkeit, daß ohne diese Wirkung die Sterblichkeit in den verschiedenen Gruppen die gleiche sein werde. Diese Wahrscheinlichkeit wiederum besteht — genügende Zahl der Beobachtungselemente immer vorausgesetzt — dann und nur dann, wenn Todesfälle und verlebte Zeiteinheiten durch die Definitionsmerkmale gleichmäßig umfaßt werden. Auf das einzelne Beobachtungselement angewandt, lautet diese Grundregel der zweckmäßigen Abgrenzung der Beobachtungsgesamtheiten so: jedes von einem Angehörigen der Gesamtheit verlebte Zeiteilchen ist dann und nur dann unter die Beobachtungsdaten aufzunehmen, wenn auch der im gleichen Augenblicke eingetre-

tene Tod desselben Mitgliedes laut der Definition der Gesamtheit unter die Beobachtungsdaten aufgenommen werden müßte.

Diese ganz allgemeine Regel wendet man leicht auf besondere Fälle an. Bei der Abgrenzung nach der Sterbezeit trifft das zeitliche Merkmal nur die Sterbenden, nicht aber die Lebenden, welche alle Merkmale mit jenen teilen, ausgenommen nur das Merkmal des Todes in dieser Zeit als notwendige Bedingung; deshalb ist diese Gesamtheit ungeeignet, die Sterblichkeit nach gewissen Eigenschaften, z. B. nach dem Alter, zu liefern. Die anderen Gesamtheiten des Deparcieux dagegen: alle zwischen zwei Zeitpunkten gewisser Merkmale (Zugehörigkeit zum Kloster St. Maur) theilhaftig Gewordenen, beobachtet vom Erwerb jener Eigenschaften bis zum Tod des letzten von ihnen, oder: alle bis zu einer Zeit t_1 mit gewissen Eigenschaften Ausgestatteten (Mitglieder von Tontinen Gewordenen), beobachtet von t_1 bis t_2 — diese und viele andere Abgrenzungen genügen der von uns gefundenen Bedingung.

III. Außer unter Tontinenrentnern und Klosterleuten suchte Deparcieux auch noch unter der Bevölkerung kleinerer Gebiete die Sterblichkeit zu ermitteln. Mehrere Untersuchungen darüber hat er theils selbst angestellt, theils veranlaßt, und die Resultate zweier davon in seinem Werke veröffentlicht.

Er kennt zweierlei Methoden der Sterblichkeitsstatistik für Bevölkerungen.

Zunächst schlägt er vor, man solle in möglichst zahlreichen, ganz blind ¹⁾ bezüglich ihrer Wohlhabenheit und aller anderen Umstände gewählten Familien Umfrage halten nach der Zahl der vorhandenen oder vorhanden gewesenen Kinder. Alle Personen, von denen man auf diese Weise Kenntniss bekommen habe, solle man in einer Liste zusammenstellen, und für jede die Lebensdauer ermitteln; bei denen, welche zur Zeit, wo man nach ihnen fragte, bereits verstorben waren, sei diese Dauer unmittelbar gegeben, bei den übrigen sei sie zu finden, indem man ihrem zur Zeit der Nachfrage erreichten Alter die ihnen nach Kersseboom's Tafel (die für Bevölkerungen aufgestellt sei) zukommende mittlere Lebensdauer hinzufüge. Die Summe der Lebensdauern, dividiert durch die Zahl der Personen, die zu ihr beigetragen haben, ergebe direkt die einem jeden Neugeborenen zukommende mittlere Lebenserwartung. Nur diese empfiehlt Deparcieux aus solchem Material zu ermitteln, sie interessiert ihn, den Versicherungstheoretiker, vornehmlich.

Deparcieux erzählt ²⁾, er habe selbst über 3700 zu Paris geborener Kinder in dieser Weise beobachtet; er theilt von dieser Arbeit nur das Resultat mit, daß die mittlere Lebensdauer jener 3700 Neugebo-

1) Il ne faut faire aucun choix ni de riches ni de pauvres, non plus que de mères plus ou moins fécondes (Seite 69).

2) Seite 69.

renen 21,33 resp. 23,5 Jahre betrüge, je nachdem die Totgeborenen mit berücksichtigt würden oder nicht.

Man kann den gesunden Kern in diesem merkwürdigen Verfahren des Deparcieux nicht verkennen. Wenn man nach seiner Vorschrift sich ein Beobachtungsmaterial zusammenstellte, so würde das eine Stichprobe aus einer Génération der ganzen Bevölkerung sein, und wenn man an dieser die Sterblichkeit bis zum Zeitpunkt der Nachfrage beobachtete, so wäre das eine Sterblichkeitsermittlung, aus der man auf die Sterblichkeit der ganzen Generation schließen dürfte, — wenn nur die Stichprobe groß genug wäre, was ja allerdings schwer zu erreichen. — Indem aber Deparcieux für die zur Beobachtungszeit noch Lebenden die Kenntniss des ferneren Lebenslaufes antizipiert, versieht er die rein empirischen Beobachtungen mit deduktiven Zuthaten und erhält somit in dem Schlußresultat nur teilweise neue Kenntnisse, so daß der Wert desselben gering ist. Er hat den Wein mit Wasser verdünnt und kann nicht wissen, ob das Wasser nicht vielleicht sogar schlecht war.

Eine zweite Auswahl aus der Bevölkerung, innerhalb deren Deparcieux die Ermittlung der Sterblichkeit empfiehlt, ist die nämliche, die er in seinen 4 letzten Mönchstafeln angewandt hat: die Auswahl der innerhalb gewisser Zeitgrenzen verstorbenen Angehörigen einer durch weitere Merkmale — hier regelmäßig nach dem Sterbeort — definierten Gesamtheit. Deparcieux teilt 3 Tafeln mit, die nach diesem Prinzip hergestellt sind: eine ¹⁾, die der Curé von St. Sulpice zu Paris aus den während 30 Jahren in den Sterberegistern seiner Pfarrei gemachten Einträgen zusammengestellt hat; eine zweite ²⁾, in der ein Curé aus der Normandie die 8712 während eines nicht näher angegebenen Zeitraumes in 8 Kirchspielen registrierten Todesfälle nach einjährigen Altersklassen disponiert hat; endlich drittens ³⁾ Wargentin's Zusammenstellung der in Schweden in den 3 Kalenderjahren 1754 bis 1756 Verstorbenen. Deparcieux hat diese Beobachtungen, mit einigen passenden Korrekturen versehen, in die ihm von seinen anderen Untersuchungen geläufige Form der Absterbeordnung gebracht.

Nachdem wir das Auswahlprinzip dieser Beobachtungsgesamtheiten an anderer Stelle erschöpfend besprochen haben ⁴⁾, brauchen wir darüber hier nichts mehr hinzuzusetzen.

Die Aufstellung von Absterbeordnungen für Bevölkerungen führte Deparcieux zum Nachdenken über die Erscheinungen des Bevölkerungswechsels, deren Verständnis er sich durch die Fiktion eines stationären Zustandes der Bevölkerung näher zu bringen suchte. Inwieweit er sich mit den Folgerungen dieser mathematischen Fiktion vertraut zeigt, und inwieweit er sich über den Unterschied des fingierten Zustandes von dem wirklichen klar ist, das hat Knapp ⁵⁾ bereits mitgeteilt.

1) Seite 97 und Seite 102.

2) „Addition“ Seite 20 ff. und Tab. IV.

3) „Addition“ Seite 24 und Tab. IV.

4) Siehe oben Seite 18–20.

5) A. a. O. Seite 71 u. 72.

Wir haben unsere Darstellung der wissenschaftlichen Stellung des Deparcieux zu unserer Disziplin — aus guten Gründen — mit so vielen theoretischen Erörterungen belasten müssen, daß es angebracht sein mag, zum Schluß die Leistungen dieses Forschers noch einmal zusammenfassend zu würdigen. Man muß bei Beurteilung des Deparcieux im Auge behalten, daß sein Nachdenken über die Probleme der Sterblichkeit nur einen sehr geringen Rückhalt an Vorarbeiten fand, daß es so gut wie original war. So ist es denn nicht zu verwundern, daß seine Auffassung eine so enge blieb, wie wir es gesehen haben: er kannte die Fragestellung nach der Sterblichkeit nur in genau der Form, wie sie die Vorstellung der Absterbeordnung nahe legt; darum untersucht er nur Material, das dieser Fragestellung möglichst genau entspricht, indem es den Fall des Abganges aus der Beobachtung zu Lebzeiten ausschließt, — und wo die Sachlage trotzdem noch eine etwas andere als die der Absterbeordnung ist, da gestaltet er sie durch Fiktionen so um, daß sie die gewünschte Form zu haben scheint. Bei dieser noch so bescheidenen Uebersicht über die Natur der Sterblichkeitsmessung war es eine sehr glückliche Eigenschaft des Deparcieux, daß er einen so feinen Instinkt besaß, der ihm über die verstandesmäßig nicht überwundenen Schwierigkeiten leicht hinweghalf. Ich erinnere hier an die Art, wie er die während einer Altersstrecke, deren Sterblichkeit beobachtet wird, Eingetretenen behandelt, sowie an die Bedingungen, die er den nach der Sterbezeit abgegrenzten Gesamtheiten auferlegt. Sein Hauptverdienst auf theoretischem Gebiete ist wohl die überaus klare Darlegung der Eigenschaften der Sterblichkeitstafel. Dies Gebiet der einfachen mathematischen Deduktion lag dem Mathematiker Deparcieux bedeutend näher als die unbequeme Auseinandersetzung mit Naturthatsachen, welchen das passende mathematische Gewand erst noch anzumessen war. — Rühmlich ist auch die große Klarheit und Bestimmtheit, mit der Deparcieux von seinen Gedanken Rechenschaft giebt: es ist das ein Vorzug, den nur wenige der späteren Bearbeiter unseres Gegenstandes mit ihm teilen. Und gerade wegen seiner eignet sich Deparcieux trefflich zur Einführung in das Studium dieser Probleme. Das Verfolgen der vielseitigen von Deparcieux angeregten Gedanken, die wir kennen gelernt haben, hätte den Fortbildnern dieser Disziplin nur vom größten Nutzen sein können, — es ist von ihnen aber leider nicht für nötig erachtet worden.

Kapitel II.

Finlaison.

Die von Deparcieux so erfolgreich begonnene Sterblichkeitsmessung an solchem Material, das die Wanderung kontrollierte, fand ihre weitere Ausbildung zunächst in England; erst sehr spät, und unter dem Einfluß der Engländer, sind auch in anderen Ländern diese Untersuchungen aufgenommen worden. Es hängt das eng zusammen mit der Entwicklung der Lebensversicherung, denn das praktische Interesse der Versicherungsverträge ist fortan bestimmend für diese Forschungen. Während noch Deparcieux seine Betrachtungen außer auf Tontinenrentner auch auf andere geeignete Gesamtheiten, wie Klöster oder eine gewisse Summe von Familien, erstreckte, finden wir weiterhin nur noch an Versicherten diese Beobachtungen angestellt. Dieses Material hat ja für das Interesse des Versicherungstechnikers den doppelten Vorzug, daß es ihm einmal relativ leicht zugänglich ist, und sodann, daß es ihm qualitativ den besten Anhalt für seine Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen giebt.

In England wurde die erste Lebensversicherungsgesellschaft, die „Amicable Society“, im Jahre 1706 durch Royal Charter mit Korporationsrechten ausgestattet. Sie erhob von allen Mitgliedern ohne Unterschied des Alters lebenslänglich den gleichen jährlichen Beitrag und leistete dafür beim Tod eines Mitgliedes gewisse von der Dauer der Mitgliedschaft unabhängige Zahlungen. Natürlich brachte dies System Ungerechtigkeiten mit sich, und es veranlaßte im Jahre 1762 die Gründung der Equitable Society, der ersten Gesellschaft, welche die Leistungen nach dem Alter in möglichst gerechter Weise abzustufen sich bestrebte. Dies Prinzip, fortan von allen neu entstehenden Versicherungsgesellschaften angenommen, gab den Antrieb zur fleißigen Erforschung der mit jedem Lebensalter zu verbindenden Lebenserwartung als der Grundlage der Rechnungen.

Die ältesten englischen Betrachtungen über Sterblichkeit stammen aus dem Ende des 17. Jahrhunderts, es sind die wohlbekannten Arbeiten von Petty, Graunt und Halley, sämtlich beruhend auf den Listen der auf gewissen Gebieten in gewissen Zeiträumen Geborenen und Gestorbenen, demnach auf der Vorstellung der stationären Bevölkerung. Auf eben dieser Grundlage beruhen auch die sämtlichen Leistungen des 18. Jahrhunderts. So die Untersuchung von Smart über die Sterblichkeit in London von 1738, an welcher Ths. Simpson 1742 die auffälligsten durch die Wanderung verursachten Fehler zu korrigieren suchte, ohne das Grundprinzip anzutasten; ferner die Sterblichkeitstafeln der Bevölkerungen von Northampton und Chester, die von Dr. Price in seinen 1771 zuerst erschienenen und mehrfach aufgelegten „Observations on Reversionary Payments“ veröffentlicht und vielfach für Versicherungszwecke benutzt wurden. Alle diese Tafeln bieten für uns kein näheres Interesse mehr, nachdem von dem zur Abgrenzung

ihres Materials benutzten Merkmale der Sterbezeit bereits bei Deparcieux die Rede gewesen ist. Eine neue Methode zeigen die Untersuchungen über die Sterblichkeit in der Stadt Carlisle, die Joshua Milne in seinem „Treatise on Annuities and Assurance“ (London, 1815) veröffentlichte. Milne spricht sich sehr nachdrücklich gegen die Sterblichkeitsmessungen aus, die ausschließlich auf Sterbelisten beruhen, und gründet die seinigen auf 2 Volkszählungen, die in der Stadt Carlisle im Januar 1780 und im Dezember 1787 stattfanden, sowie auf die in den zwischenliegenden 9 Jahren vorgekommenen Todesfälle — beide Zählungen für 5-jährige Altersklassen ausgeführt. Dieses Material wurde nach ganz ähnlichen Prinzipien behandelt, wie sie noch heute für die Sterblichkeitsmessung auf Grund von Bevölkerungsmaterial maßgebend sind, — wenn auch Milne's theoretische Begründung dieser Behandlungsweise noch mangelhaft ist. Milne hat ausschließlich Bevölkerungsmaterial bearbeitet, und es scheiden deshalb seine sonst sehr beachtenswerten Erörterungen aus diesem Zusammenhange aus.

Die Versicherungspraxis hatte sich anfangs mit diesen Untersuchungen genügen lassen. Aber ihre Entwicklung unter der Konkurrenz der Gesellschaften mußte sie doch endlich nach Grundlagen suchen lassen, die nach Methode und Material ihrem speziellen Zwecke besser dienten. Den ersten Versuch dieser Art macht Chs. Brand, „Actuary“ der oben genannten „Amicable Society“, mit einem Buche: „Tables of Interest, Discount, Annuities etc.“ (London 1780). Er giebt dies Buch selbst für eine Erweiterung des Werkes von Smart aus; in einem Anhang fügt er eine Tafel der Lebenserwartung für die einzelnen Alter bei, die er abgeleitet hat aus den Erfahrungen an den 1706 bis 1777 verstorbenen Mitgliedern der „Amicable Society“. Alle näheren Angaben über die Art der Ableitung fehlen; es genügt indessen schon die eine, daß wir es mit einer Arbeit auf Grund allein von Sterbelisten zu thun haben, zu unserer Be- und Verurteilung derselben.

Wichtiger ist die nächstälteste Verwertung von Versicherungsmaterial, welche John Finlaison vorgenommen hat. Finlaison war ein Finanzbeamter, „Actuary of the National Debt“ nennt er sich, und hatte als solcher mit dem Pensionswesen, den Leibrenten-Anleihen und ähnlichen Geschäften zu thun, für deren Erfolg die menschliche Sterblichkeit maßgebend ist. Als ein selbständiger Geist begnügte er sich nicht damit, die wohl ausgetretenen Pfade seiner Amtsthätigkeit zu wandeln, sondern suchte sich auch eine möglichst umfassende Theorie aller jener Operationen zu bilden. Die reife Frucht seiner 20-jährigen Beschäftigung mit dem Gegenstande ist ein „Report on the Evidence and Elementary Facts on which the Tables of Life Annuities are founded“, welchen Bericht er seinen Vorgesetzten, den Lords Commissioners of the Treasury, einzureichen hatte, und welchen er später auf Parlamentsbeschluß vom 31. März 1829 gedruckt sah. Vorher bereits hatte er Gelegenheit, seine Erfahrungen der Öffentlichkeit nutzbar zu machen, indem er aufgefordert wurde zu sachverständigen Gutachten bei den Entwürfen für gesetzliche Regelung des

Hilfskassenwesens unter den arbeitenden Klassen, die ein Parlamentsausschuß in den Jahren 1825 und 1827 machte. Diese „Reports from the select committee on the laws respecting friendly societies“ sind ebenfalls auf Parlamentsbeschluß gedruckt und enthalten unter manchen anderen für die frühe Geschichte der Sterblichkeitsmessung wichtigen Angaben auch von Finlaison theoretische Auslassungen nebst einer Sterblichkeitstafel für die Pensionäre des Chelsea and Greenwich Hospital¹⁾.

Finlaison besaß eine ziemlich umfassende Litteraturkenntnis: er erwähnt Arbeiten von Kersseboom, Deparcieux, Quetelet, sowie zahlreiche andere Untersuchungen der Sterblichkeit im Aus- und Inlande, und er übt daran eine verständige, sachgemäße Kritik; indes läßt dieselbe nicht erkennen, inwieweit er die unter den Engländern seiner und späterer Zeit ja so verbreitete Antipathie gegen das Erlernen fremder Sprachen teilte, und wie weit seine Kenntnis z. B. der wichtigen Theoretiker Kersseboom, Deparcieux und Quetelet über deren Tabellen hinausging. Jedenfalls bezieht er sich in seinen eigenen theoretischen Ausführungen nie auf sie, sondern giebt anscheinend eigene Gedanken.

Finlaison gehört zu denen, die in der Sterblichkeit ein Naturgesetz zu finden hoffen. „Die Frage ist“, so sagt er²⁾, „ob das sogenannte „Gesetz der Sterblichkeit“, die Absterbeordnung, nichts mehr ist als ein bloßer Durchschnitt, wie ihn die Erfahrung an Brandunfällen und Schiffsverlusten liefert, oder ob es nicht in der That ein Naturgesetz ist, konstant wirkend unter gewissen bekannten Modifikationen, sich bethätigend mit unfehlbarer Genauigkeit in feststellbaren Abstufungen, und zugänglich der Auffindung und klaren Erkenntnis mittelst der Massenbeobachtung von Thatsachen, die genau die Wahrheit angiebt: die ganze Wahrheit, und nur die Wahrheit.“ Nun ist solch' exakte Beobachtung leider unmöglich; „in dieser wie in anderen physikalischen Untersuchungen hat der Experimentator die Unvollkommenheit seiner Instrumente zu beklagen.“ Da muß dann die Phantasie den stumpfen Sinnen nachhelfen: wie etwa der Physiker durch das Experiment nur annähernd feststellt, daß die Lichtintensität dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportional ist, und trotzdem das Bestehen dieses mathematischen Verhältnisses unbedenklich annimmt, — ebenso muß auch derjenige, der über Sterblichkeit experimentiert, über die kleinen „Unregelmäßigkeiten“ des Resultates hinweg die große durchgehende „Gesetzmäßigkeit“ zu sehen vermögen.

Mit diesen theoretischen Anschauungen geht Finlaison an seine Aufgabe heran. Er zerlegt sie in die Beantwortung von fünf verschiedenen Fragen. Die erste davon hat er am sorgfältigsten behandelt; ihr Gegenstand ist:

I. Die Ermittlung der Sterblichkeit nach dem Alter auf Grund der Erfahrungen einer beliebigen Versicherungsgesellschaft.

1) 1. Report S. 127.

2) Finlaisons Report, S. 9.

Es handelt sich nach Finlaison darum, festzustellen, wie viele unter den sämtlichen Mitgliedern der Versicherungsgesellschaft ihr während eines bestimmten Zeitraumes (t_1 bis t_2) in je einer bestimmten Altersstrecke (x bis $(x + \Delta x)$) angehörten, und wie viele von ihnen starben. Um das zu ermitteln, muß man aus den Geschäftsbüchern der Versicherungsgesellschaft ausziehen ¹⁾:

- A) den Namen (und damit das Geschlecht) eines jeden, der der Gesellschaft zu einer bestimmten Zeit t_1 (z. B. 1. April 1799) angehörte, nebst seinem Alter zur Zeit t_1 ;
- B) Namen (also Geschlecht) jedes später Eingetretenen, sein Alter beim Eintritt und das Datum desselben.

Die unter A) und B) genannten Auszüge liefern das Verzeichnis aller der Personen, die in die Beobachtung eingetreten sind. Bei jeder dieser Personen ist nun anzugeben, auf welche Weise sie aus der Beobachtung ausgetreten ist, d. h. es ist zu vermerken:

- C) welche Personen am Ende der Beobachtungsfrist, zur Zeit t_2 , den Bestand der Gesellschaft an Versicherten ausmachten;
- D) welche Personen lebend aus der Gesellschaft ausgetreten sind, und an welchem Tage das geschehen ist;
- E) welche Personen in der Beobachtungsfrist verstorben sind, und an welchem Datum jeder Todesfall eingetreten ist.

Ferner soll nach Finlaison noch jedesmal berechnet werden

- F) die Zahl der Tage von dem Eintrittstage an rückwärts bis zur vorhergegangenen Wiederkehr des Kalendertages, auf den die Zeit t_1 fiel (z. B. wenn t_1 auf den 1. April 1799 früh 0 Uhr fiel, und jemand am 3. Mai 1805 eintrat, so sind bei seinem Namen 33 Tage zu vermerken).

Man sieht, die Daten unter A) bis E) sind diejenigen, welche notwendig und hinreichend sind, um jeden einzelnen Fall zu charakterisieren. Mit ihrer Hilfe kann man das gesamte Material in die graphische Darstellung übersetzen: man weiß genau, zu welcher Zeit und in welchem Alter jede Aufenthaltslinie beginnt, und bis zu welchem Punkte man dieselbe zu erstrecken hat, sowie welche Endpunkte Sterbepunkte sind.

Es ist diese Einsicht Finlaison's um so mehr anzuerkennen, da er sich hierin mit Absicht einen ganz allgemeinen Fall ausgedacht hat, während sein eigenes Material, die Erfahrungen an den Staatsrentnern, eine viel speziellere und einfachere Anordnung der Beobachtung ergibt. Dessen ist er sich wohl bewußt. Bei den Staatstontinen und -leibrenten, so sagt er, braucht man dem einzelnen Namen nicht das Eintrittsdatum beizufügen, weil das für alle Personen der nämliche Tag und dieser bekannt ist; ebensowenig braucht man daher die unter F) genannte Angabe zu machen. Die unter dem Namen „Sinking Fund“ errichtete Staats-Rentenanleihe datiert erst vom 1. Oktober 1808; man wird also ihre Erfahrungen nicht von einem beliebigen Zeitpunkt t_1 ihres Bestehens, sondern von ihrer Gründungszeit an

1) A. a. O. Seite 7.

berücksichtigen: dann fällt die unter A) genannte Angabe fort, weil kein Anfangsbestand von Versicherten vorhanden ist. — Ferner giebt keine einzige Staatstontine oder -leibrentenunternehmung Anlaß zu Vermerken der unter D) bezeichneten Art, weil die einmal erworbene Zugehörigkeit dazu ja nur Rechte verleiht und keine Pflichten auferlegt, also niemand diese Forderungsrechte aufgeben wird. Endlich kann es vorkommen, daß eine Tontinengesellschaft am Ende der Beobachtungszeit völlig ausgestorben ist: dann hat niemand die Zeit t_2 erlebt, es fällt der unter C) genannte Vermerk fort.

Wie nun aber auch in solchen speziellen Fällen die unter A) bis E) angegebenen Data in der Definition der zu beobachtenden Gesamtheit versteckt sein mögen, ihre Kenntnis wird von Finlaison mit Recht als unerlässlich für die Messung gefordert. Versicherungsanstalten und noch mehr die Staatsrentenunternehmungen können diese Angaben mit genügender Sicherheit liefern. Mögen sie auch hier und da einmal ungenau unterrichtet sein und zu Schätzungen greifen müssen, so sind doch diese unvermeidlichen Beobachtungsfehler im Material der Versicherungsanstalten — wie Finlaison mit Recht bemerkt — verschwindend gegenüber den Fehlern, die durch ungenaue Auszüge der verfügbaren genauen Daten oder durch Benutzung von anderem als Versicherungsmaterial entstehen. Ersteres geschehe z. B. bei Deparcieux dadurch, daß er keinen Einblick in das eigentliche Material habe und deshalb zu den Altersfiktionen greifen müsse: dadurch sei kein einziger Eintrag in seiner Tabelle genau das, als was er definiert sei. „Wenn man“, so setzt Finlaison seine Darlegungen fort¹⁾, „behauptet, daß die so gelieferten unvollkommenen Data eine genügende Annäherung an die Wahrheit seien, falls nur die Zahl der Beobachteten sehr groß sei, so erlaube ich mir, zu erwägen zu geben, ob eine solche Behauptung nicht völlig unbeweisbar ist.“

In dieser energischen Verwerfung der Fiktionen betreffs des Alters ist Finlaison erst in allerneuester Zeit, durch die 1883 veröffentlichten „Deutschen Sterblichkeits-Tafeln“²⁾, wieder erreicht worden. Alle Sterblichkeitsmessungen, die in der Zwischenzeit angestellt sind, leiden an den von Finlaison gerügten Mängeln.

Noch ungenauer ist nach Finlaison das Verfahren, welches mittelst bevölkerungsstatistischen Materials die Sterblichkeit einer Bevölkerung in einem Zeitraume messen will. Das Problem ist hierbei dasselbe, welches im allgemeinen Falle bei dem Versicherungsmaterial vorliegt: den Aufnahmen des Bestandes an Versicherten zu den Zeiten t_1 und t_2 entsprechen dort die Volkszählungen zu Anfang und Ende der Beobachtungsfrist, dazwischen sind hier wie dort zu konstatieren Eintritte (durch Geburt oder Einwanderung), Austritte und Todesfälle, nach Datum und Alter. Nun wird erstens bei den Volkszählungen die Zahl der Vorhandenen ungenau festgestellt; zweitens sind sowohl bei den Volkszählungen wie bei den Sterbefällen die Altersangaben ungenau,

1) Seite 8.

2) Siehe unten Kapitel IX.

weil ja die Befragten keinerlei Interesse an der Richtigkeit derselben haben. Endlich über Aus- und Einwanderung fehlt jegliche Kontrolle. Man hat also keine einzige Art von Daten genau. Ein so mangelhaftes Material erscheint Finlaison gänzlich untauglich zur Auffindung des gesuchten Naturgesetzes. — Finlaison bekundet hiermit eine treffliche Einsicht in die Schwächen der Sterblichkeitsmessung an Bevölkerungsmaterial. Daß er in seinem Eifer für die exakte Fassung des Problems zu weit geht in der Herabsetzung der auf Schätzung beruhenden Messungen, darin zeigt er nur die natürliche Einseitigkeit dessen, der von einem neuen Gedanken erfaßt ist: er überschätzt dessen Tragweite.

Kann nun schon die Volkszählung in Verbindung mit den Sterberegistern keine befriedigenden Resultate liefern, so können das noch viel weniger die Sterberegister allein, wie man das fälschlich so lange geglaubt hat unter der Hypothese stationärer Bevölkerung. „Wer das für eine befriedigende Annäherung an die Wahrheit hält, der muß dabei eine besondere Wahrheit meinen, die nur in seinem Hirn existiert“ — meint Finlaison und glaubt mit dieser nicht eben gründlichen Abfertigung genug gethan zu haben.

Sehen wir das Problem in seiner von Finlaison gegebenen Fassung nun etwas genauer an, so finden wir, daß es sich von demjenigen, das Deparcieux bei den Tontinenrentnern vor sich sah, durch 3 wichtige Verallgemeinerungen unterscheidet, nämlich:

- 1) daß die in die Beobachtung Eintretenden nicht alle gleichzeitig, sondern zu beliebiger Zeit eintreten;
- 2) daß der Anfang der Beobachtung nicht mit dem Anfang des betr. Versicherungsunternehmens zusammenzufallen braucht, sondern beliebig liegen kann;
- 3) daß die einmal Eingetretenen nicht nur durch Tod oder durch Erleben der späteren Grenze der Beobachtungszeit aus der Beobachtung austreten können, sondern auch durch Abgang bei Lebzeiten.

Hiermit hat Finlaison das Problem, die Sterblichkeit einer Gesamtheit innerhalb eines Zeitraumes zu messen, in der denkbar allgemeinsten Form aufgestellt, und es blieb nun nur noch die Frage übrig, wie an den so definierten Erfahrungen die eigentliche Messungsarbeit auszuführen sei. Auch in ihrer Beantwortung hat Finlaison Erhebliches geleistet.

Wenn man die oben beschriebene Liste der sämtlichen während des beobachteten Zeitraumes Versicherten mit den Vermerken über die Art des Austrittes aus der Beobachtung hergestellt hat, so muß man diese Gesamtheit zuerst in 2 Hauptgruppen nach dem Geschlecht scheiden, darauf für jede Gruppe feststellen die Zahl derer, die in jedem Alter x bis $(x + 1)$

A) am Anfang der Beobachtung vorhanden waren $\left({}^{x+1}_x V(t_1)\right)$;

B) während der Frist eintraten $\left({}^{x+1}_x I_{t_1}^{t_2}\right)$;

- C) am Ende der Beobachtung vorhanden waren $\left({}^{x+1}_x V(t_2)\right)$;
 D) während der Frist lebend austraten $\left({}^{x+1}_x E_{t_1}^{t_2}\right)$;
 E) während der Frist verstarben $\left({}^{x+1}_x M_{t_1}^{t_2}\right)$;
 ferner ist nach Finlaison zu berechnen
 F) „die Summe der Zeit, welche die Neueingetretenen im Jahre ihres Eintrittes verloren haben“ (dies Jahr immer gerechnet von dem Datum, auf welches die Zeit t_1 fiel, in einem Kalenderjahre, bis zum vorhergehenden Tage im nächstfolgenden Kalenderjahre).

Mittelst dieser Daten läßt sich dann die Rechnung durchführen; wie, dafür hat Finlaison ein ausführliches Beispiel mitgeteilt, welches ich, soweit erforderlich, im Anhang wiedergebe¹⁾. Die Zahlen desselben sind nicht etwa den Erfahrungen einer Versicherungsgesellschaft entnommen, sondern ganz willkürlich gegriffen, nur um den von Finlaison konstruierten allgemeinsten Fall zu erläutern. Zum Verständnis der Tabelle diene folgendes. Das nächste Ziel der Rechnung ist die Ermittlung derjenigen, welche die in der 7. Zeile angegebenen Alter erfüllen und — was in der Praxis stets als gleichbedeutend gilt — überschreiten. Als Zahl der Erfüllungen des Alters x gilt die Größe:

$$V(x)_{t_1}^{t_2} = {}^{x+1}_{10} V(t_1) + {}^{x+1}_{10} I_{t_1}^{t_2} - \left\{ {}^x_{10} V(t_2) + {}^x_{10} E_{t_1}^{t_2} + {}^x_{10} M_{t_1}^{t_2} \right\}.$$

Die Zahl 10 erscheint hier als Index der unteren Altersgrenze, weil Finlaison annimmt, es seien vor vollendetem 10. Lebensjahr keine Mitglieder in die Gesamtheit aufgenommen. — In der Tabelle ist der numerische Wert des Minuendus in Zeile 11 unter der Spaltenüberschrift x , der des Subtrahendus in Zeile 6 unter der Überschrift $(x - 1)$, der der Differenz in Zeile 13 unter der Überschrift x verzeichnet. Die Herkunft dieser Zahlen ist aus der Tabelle selbst verständlich.

Somit ist nach Finlaison die Zahl der Ueberschreitungen des Alters x während der Beobachtungszeit gleich: der Summe aller jünger als $(x + 1)$ Jahre in die Gesamtheit Eingetretenen, vermindert um die Summe aller jünger als x Jahre aus der Gesamtheit Ausgetretenen.

An dieser Stelle der Darlegung sehen wir zuerst Finlaison über die Schwierigkeit der Aufgabe, die er bis dahin so klar überschaut, straucheln und damit in die große Schar derer sich einreihen, welche Verworrenheiten über das Problem der Sterblichkeitsmessung gedacht und leider auch geschrieben haben. Die Zahl der Ueberschreitungen des Alters x ist nicht diejenige, welche Finlaison angiebt; sie ist es nur dann, wenn die zur Zeit t_1 vorhandenen x - bis $(x + 1)$ -jährigen genau x Jahre alt waren zur Zeit t_1 , und wenn ferner alle x - bis

1) Siehe I. Anhang No. 2.

$(x + 1)$ -jährig Eingetretenen genau x -jährig eintraten. Dem ist in einem allgemeinen Fall, um den es ja Finlaison zu thun ist, aber nicht so. Finlaison zeigt, indem er hier plötzlich einen ganz speziellen Fall annimmt, daß er die allgemeine Behandlungsweise des Problems, die er so glücklich begonnen, nicht durchzuführen vermag. Dunkel wird er sich auch selbst der eingeführten Voraussetzung wenigstens bezüglich der Eingetretenen bewußt, indem er behauptet, man müsse annehmen, sie seien am 1. April, d. h. am Jahrestag des angenommenen Beginns der Beobachtung eingetreten. Daran ist anzuerkennen eben das Bewußtsein der Bedingtheit dieser Deduktionen; im übrigen ist es eine grobe Verwechslung von vollen Altersjahren mit vollen Zeitjahren. Im Verfolg dieser eingeführten Voraussetzung erwägt Finlaison: daß in Wahrheit die Neueingetretenen jedes Jahres (vom 1. April bis 31. März) nicht alle am 1. April eingetreten sind, sondern zu ganz beliebigen Daten dieses Jahres. Deshalb, so meint er, muß man diejenige Zeit des Eintrittsjahres (in der auf der vorigen Seite mitgeteilten Aufzählung der erforderlichen Urdata unter F) genannt), während der sie noch nicht versichert waren (die also im ganzen etwa halb so viele Jahre betrug, als Personen da waren) — diese Zeitsumme, in Jahren ausgedrückt (siehe Zeile 14 der Tabelle), muß man von der Zahl der vorher berechneten Ueberschreitungen des Alters x abziehen, um die Zahl derer zu erhalten, die wirklich während des Altersjahres x bis $(x + 1)$ unter der Sterbensgefahr gestanden haben (Zeile 15).

Was nun diese eigentümliche Operation bedeutet, wie man nicht unter Beobachtung verlebte Zeit von beobachteten Personen abziehen kann, darüber läßt sich Finlaison mit keinem Worte aus, sondern sagt kurzweg: so und nicht anders erhält man die genaue Zahl, die man braucht. Wir haben hier die rein instinktmäßige Ahnung vor uns, daß nicht die in einer Altersstrecke beobachteten Personen, sondern die von ihnen verlebte Zeit den Nenner des Sterblichkeitsquotienten zu bilden habe. Hat man sich über dies Prinzip einmal geeinigt, so muß man allerdings für die Neueingetretenen einen Abzug machen. Und zwar numerisch, nicht begrifflich, genau den Abzug, den Finlaison macht. Finlaison will abziehen, was den Neueingetretenen an verlebten vollen Zeitjahren mangelt; zur Ermittlung der in der einjährigen Altersstrecke verlebten Zeit muß man abziehen, was an verlebten vollen Altersjahren mangelt. Beides braucht keineswegs identisch zu sein, indessen ergiebt die Schätzung beidemale halb so viele Jahre, als Neueingetretene vorhanden sind. So ist Finlaison dank einem glücklichen Zufall — anders kann man es nicht nennen — vermöge jenes Abzuges dem Richtigen bedeutend näher gekommen.

Man sollte meinen, nachdem Finlaison nun „die genaue Zahl derer, die während des Altersjahres der Sterbensgefahr ausgesetzt waren“¹⁾, nach seiner Meinung bestimmt hat, und desgleichen die Zahl derer, die während des Jahres verstorben waren, hätte er in dem Quotienten beider die Sterblichkeit dieses Alters gesehen, dieselbe also für das Alter 10 bis

1) Siehe I. Anhang Nr. 2, Zeile 15.

11 z. B. zu $\frac{4}{55}$ angegeben. Das wäre wenigstens eine vernünftige Näherung gewesen. Statt dessen nimmt er an den Zahlen der beiden vorletzten Zeilen noch eine Korrektur vor, die alle früheren Erwägungen über den Haufen wirft und in der eine Spur richtiger Gedanken zu entdecken äußerst schwer ist. Er sagt¹⁾: „die in den Zeilen *A.* bis *E.* Gezählten waren nicht genau 10, 11, 12 u. s. w. Jahre alt, sondern durchschnittlich $10\frac{1}{2}$, $11\frac{1}{2}$, $12\frac{1}{2}$ u. s. w.“ Dies ist für jede der Gruppen *A.*, *B.* . . . *E.* noch ganz richtig. Wenn aber Finlaison fortfährt: „demnach sind die Zahlen der Zeile 15 (55, 172 u. s. w.) die Erfüllungen der Alter $10\frac{1}{2}$, $11\frac{1}{2}$ u. s. w., und die Zahlen der Zeile 16 die von ihnen während eines Jahres, also im Alter $10\frac{1}{2}$ bis $11\frac{1}{2}$, $11\frac{1}{2}$ bis $12\frac{1}{2}$ u. s. w. Verstorbenen“, so wird sein Gedankengang gänzlich unverständlich. Die Zahlen in der Zeile 15 sind die auf irgend eine der drei möglichen Weisen in die betr. Altersstrecke Eingetretenen: ${}^{x+1}_x V(t_1) + {}^{x+1}_x I_{t_1}^{t_2} + V(x)_{t_1}^{t_2}$, vermindert um die Hälfte der Neueingetretenen $(\frac{1}{2} \cdot {}^{x+1}_x I_{t_1}^{t_2})$; mit den Erfüllungen der Alter $10\frac{1}{2}$, $11\frac{1}{2}$ u. s. w. haben sie gar nichts zu thun. Die Zahlen der Zeile 16 ferner sind ausdrücklich als die zwischen x und $(x+1)$ Verstorbenen definiert, nicht als die zwischen $(x+\frac{1}{2})$ und $(x+\frac{3}{2})$ vorgefallenen Todesfälle.

Weiter sagt Finlaison: „die Sterblichkeit zwischen 11 und 12 Jahren, die auf diese Weise unbekannt bleibe, werde gefunden, indem man die (55) Erfüllungen des Alters $10\frac{1}{2}$ und die (172) des Alters $11\frac{1}{2}$, desgl. die 4 Todesfälle des Alters $10\frac{1}{2}$ bis $11\frac{1}{2}$ und die 4 des Alters $11\frac{1}{2}$ bis $12\frac{1}{2}$ addiere und darauf die letztere Summe durch die erstere dividiere. Nehmen wir einmal an, daß die Erfüllungen der Alter $10\frac{1}{2}$ und $11\frac{1}{2}$ wirklich gezählt seien, so ist ihre halbe Summe eine Schätzung der zwischen diesen Altern verlebten Jahre, unter der Voraussetzung, daß die Zahl der Erfüllungen der Alter von $10\frac{1}{2}$ bis $11\frac{1}{2}$ proportional dem Alter zu- oder abgenommen habe. Ferner ist die halbe Summe der Todesfälle zwischen 10 und 12 eine Schätzung derjenigen zwischen $10\frac{1}{2}$ und $11\frac{1}{2}$. Also ist das Verhältnis dieser halben Summe der Todesfälle zur halben Summe der Erfüllungen der Alter $10\frac{1}{2}$ und $11\frac{1}{2}$ schätzungsweise die Sterblichkeit zwischen $10\frac{1}{2}$ und $11\frac{1}{2}$. Finlaison aber sieht dies Verhältnis für die Sterblichkeit des Alters 11 bis 12 an, und setzt hinzu, das sei ja so klar, daß man kein Wort darüber zu verlieren brauche — eine Bemerkung, die hier, wie so häufig, zur Beruhigung des Gewissens bei einer Beweisführung höchst zweifelhaften Wertes dienen muß.

Alle die Ausführungen Finlaison's über die Korrekturen, die man an den nach Maßgabe seiner Mustertabelle gefundenen Zahlen der Lebenden eines jeden Alters anzubringen habe, sind so haltlos und arm an richtigen Gedanken, daß es leeres Stroh dreschen hieße, wollte man ihnen weiter nachgehen.

1) A. a. O. Seite 12 unten.

Die im Vorhergehenden allgemein dargelegte Theorie hat Finlaison in die Praxis übersetzt in zahlreichen Untersuchungen, denen wir uns nunmehr zuwenden.

An 7 nach der Zugehörigkeit zu gewissen Rentnergesellschaften verschiedenen Gruppen von Menschen hat Finlaison die Sterblichkeit gemessen, 6 davon sind noch wieder nach dem Geschlecht geteilt, so daß eigentlich 13 verschiedene Urbeobachtungen vorliegen.

Die 7 Hauptgruppen sind:

- 1) die Angehörigen der „English Tontine“ von 1693, 1002 Personen, sämtlich zur Zeit der Untersuchung (1825) natürlich längst verstorben;
- 2) die Berechtigten aus verschiedenen mit der Staatsschatzverwaltung in den Jahren von 1745 bis 1779 abgeschlossenen Leibrentenverträgen; 2552 Personen; Abschluß der Beobachtung Januar 1826;
- 3) die Beteiligten an 3 „Irish Tontines“ von den Jahren 1773, 1775, 1778; Schluß der Beobachtung Januar 1826.

Die beiden nächsten Gruppen umfassen Angehörige der „Great English Tontine“ von 1789. Dieser Tontine erging es eigentümlich. Sie war auf eine sehr große Teilnehmerzahl, etwa 10000, veranlagt, es wurde aber nur auf 3518 Rentenbezugsrechte subskribiert. Um die Sicherheit der Berechnungen nun nicht zu stören, wählte die Regierung durch das Loos noch 4831 Leben dazu, für die sie selbst fiktiv die Kapitalzahlung machte und später die Renten empfing — sie spielte gleichsam die nicht verkauften Loose der großen Lotterie auf eigene Rechnung. Demnach scheidet Finlaison:

- 4) Subskribenten der großen Tontine von 1789: 3518 Personen; Schluß der Beobachtung Januar 1826;
- 5) von der Finanzverwaltung durch das Loos erwählte, nominell an dieser Tontine Beteiligte: 4831 an der Zahl; Schluß der Beobachtung Januar 1826.

Ferner beobachtete Finlaison:

- 6) Berechtigte aus Leibrentenverträgen, die von 1808 ab bis zum Schluß der Beobachtung, Januar 1826, mit der Regierung abgeschlossen waren, und deren Erfüllung dem sogenannten „Sinking Fund“ überwiesen war. Dies waren 6892 Personen.

Diese 6 Beobachtungen sind in dem genannten „Report“ von 1829 veröffentlicht und ganz nach den zuvor angegebenen allgemein gültigen Prinzipien bearbeitet. Nicht ganz ist das der Fall bei der ältesten, im „Report from the select committee on the laws respecting friendly societies“ von 1825 (S. 127) veröffentlichten Beobachtung, welche enthält

- 7) diejenigen Leute, welche in der Zeit vom 31. Dezember 1813 bis zum 1. Juli 1821 in die „Out Pension List of Chelsea“¹⁾

1) D. h. in die Liste derjenigen Personen, die vom Chelsea-Hospital Unterstützungen empfangen.

eingetragen sind, beobachtet während eben jener Zeit, vom 31. Dezember 1813 bis 1. Juli 1821. Zahl der Personen: 52 682.

Die letztgenannte Beobachtung entbehrt leider aller Erläuterungen und ist nur in Gestalt einer nicht aus sich selbst verständlichen Tafel gegeben. Ueber die Herstellung der erstgenannten 6 Tafeln dagegen erhalten wir die folgende genaue Auskunft¹⁾.

Finlaison machte sich für jede der 6 Gruppen den oben schon beschriebenen Auszug aus den Geschäftsbüchern, in welchem er die sämtlichen Namen verzeichnete. Darauf teilte er die Gruppe nach dem Geschlecht in 2 Abteilungen, die er beide in gleicher Weise behandelte, und zwar so, daß er jedem Namen die oben²⁾ unter A) bis E) genannten Vermerke hinzufügte, soweit sie nicht schon durch die Definition der Gesamtheit für alle Mitglieder derselben bekannt waren, wie das Eintrittsdatum der Tontinenrentner u. dgl. Hierauf nahm er eine Reduktion des Materials vor, deren Notwendigkeit bei allen späteren Beobachtungen an Versicherungsmaterial wiederkehrt und die wir deshalb gleich hier besprechen wollen. Es kommt nämlich vor, daß die nämliche Person mehrere Anrechte auf Tontinenrenten (mehrere Versicherungspolice) besitzt. Würde man nun die Erfahrungen an den Policen registrieren, so würden die Erfahrungen an je einer mehrfach gezählten nämlichen Person zu viel Gewicht in dem Gesamtergebnis erlangen. Man fragt ja nicht nach der Sterblichkeit von Policen, sondern nach der von Personen. Demnach ist die Erfahrung an der nämlichen Person nur einmal zu registrieren, d. h. die übrigen über sie notierten Daten sind außer Acht zu lassen. Konstatirt wird das Zugrundeliegen einer Person für mehrere Erfahrungen bei Finlaison durch die Uebereinstimmung des Namens und von Art, Alter und Datum des Austrittes aus der Beobachtung. Da es höchst unwahrscheinlich ist, daß zwei Leute genau denselben Namen haben und an genau dem nämlichen Tage und in genau dem nämlichen Alter sterben, oder am Endtermin der Beobachtung lebend verbleiben, so ist kaum anzunehmen, daß auf diese Weise zwei Personen nur als eine gezählt werden; andererseits werden, da bei Finlaison's Material nur auf diese zwei Weisen aus der Beobachtung ausgetreten werden kann, keine mehrfachen Beobachtungen an der nämlichen Person dieser Zusammenziehung entgehen.

Eine andere Korrektur machten die zuweilen vorkommenden Unsicherheiten über das Alter nötig: mit solchen behaftete Beobachtungen wurden stets völlig außer Rechnung gelassen. — Ein Ausschluß von Beobachtungen, die nach der Definition der Gesamtheit zu dieser gehören, ist stets prinzipiell wichtig, weil er ja das Bestehen der oben (S. 18 u. 19) erörterten wichtigen Wahrscheinlichkeitsbeziehungen gefährden könnte. In unserem Falle nun liegt kein Grund vor, durch den Ausschluß das Verhältnis von verlebter Zeit und Todesfällen in dem Rest für erheblich verändert zu halten, weil ja das Merkmal des Ausschlusses bezüglich dessen völlig indifferent ist. Folglich ist wahr-

1) A. a. O. Seite 11.

2) Siehe oben S. 26.

scheinlich, daß die Sterblichkeit der restierenden annähernd gleich sein wird derjenigen der totalen Gesamtheit. Es ist sogar wahrscheinlicher, auf diesem Wege die letztere Sterblichkeit zu finden, als wenn man die Fälle mit unsicheren Altersangaben mit in Betracht zöge.

In diesen beiden wie in allen Maßregeln zur Aufbereitung des Urmaterials zeigt Finlaison sich sehr umsichtig.

Aus den so abgeänderten Urlisten findet Finlaison nun durch Zählung die Daten, die er für seine Tabellen braucht. Ich will das an einem Beispiel erläutern und wähle dazu den Anfang der für die 6. Gruppe aufgestellten Tafel ¹⁾.

Die hier beobachtete Gesamtheit unterscheidet sich von dem oben (S. 28 u. 29) behandelten allgemeinen Fall dadurch, daß 1) kein Bestand (A) zu Anfang der Beobachtung, d. h. zu Anfang 1808, vorhanden war, und daß 2) keine Austritte zu Lebzeiten (D) stattfanden. Die übrigen nach Finlaison notwendigen Data finden sich in den Spalten 2, 3, 4, 6. Mit ihrer Hilfe vollzieht sich die Rechnung ganz nach dem obigen (Seite 29) Schema, in welchem man nur die Größen ${}^{x+1}_{10}V(t_1)$ und

${}^{x+1}_{10}E_{t_1}^{t_2} = 0$ zu setzen und den Altersindex 10 durch 23 zu ersetzen hat:

$${}^{x+1}_{23}I_{t_1}^{t_2} - \left({}^{x+1}_{23}V(t_2) + {}^{x+1}_{23}M_{t_1}^{t_2} \right) = V(x)_{t_1}^{t_2}$$

Die Zahlen $V(x)_{t_1}^{t_2}$ finden sich in Spalte 5.

Spalte 6 enthält dann das Datum F), d. h. die Summe der Jahresbruchteile, welche zwischen den Eintrittten und je dem vorhergehenden Jahrestag des Beginnes der Beobachtung (d. i. der 1. Oktober) verstrichen sind. Aus den oft bedeutenden Abweichungen dieser Zahlen von den Hälften der Eingetretenen (z. B. bei den Altern 32, 35, 37, 38) sieht man, daß der gewissenhafte Finlaison diese Zahlen nicht geschätzt, sondern wirklich durch Addition gefunden und dann auf ganze Jahre abgerundet hat.

In Spalte 7 ist die Differenz der Spalten 5 und 6 gegeben, d. h. diejenige Anzahl, welche nach Finlaison während des Altersjahres wirklich der Sterbensgefahr ausgesetzt war. — Spalte 8 enthält dann die höchst thörichte Korrektur dieser Zahl, die oben (Seite 31) besprochen ist und aus der Annahme hervorgeht, daß z. B. laut Spalte 7 die im Alter 23—24 verzeichnete Zahl 1 die Erfüllungen des Alters $23\frac{1}{2}$ angebe, die Zahl 2 die Erfüllungen des Alters $24\frac{1}{2}$, daß also der Erfüllungen des Alters $24\frac{1+2}{2}$ seien: das Doppelte dieser Zahl ist in Spalte 8 eingetragen. Die halbe Summe der Todesfälle in den Altern 23—24 und 24—25 gilt als Zahl der Todesfälle zwischen 24 und 25, und die ganze Summe subtrahiert von Spalte 8 giebt Spalte 9.

Die Sterblichkeit μ eines jeden Alters berechnet Finlaison nach der Formel

$$\mu = \frac{\text{Sp. 8} - \text{Sp. 9}}{\text{Sp. 8}}$$

1) Siehe I. Anhang, Nr. 3.

In ganz derselben Weise sind die übrigen Tafeln konstruiert, nur sind sie noch einfacher, indem das eine oder andere Datum fortfällt, so bei den Tontinen die Spalte 6 wegen des gleichzeitigen Eintrittes aller, u. s. w.

Alle diese Tafeln teilen die Vorzüge und Mängel der oben entwickelten allgemeinen Theorie. Sie haben einen dauernden Wert wegen der höchst gewissenhaften, von jeder Fiktion freien Sammlung der Urdata, also in dem vorliegenden Beispiele der Spalten 2, 3, 4. Finlaison selbst aber hat sich dieses Vorteiles verlustig gemacht und alle die endlose Mühe und Gewissenhaftigkeit vergeblich aufgewandt, da er die Berechnung der Sterblichkeit aus diesen Daten so völlig verfehlt. Seine Sterblichkeitssätze sind wertlos. Indessen würde es sehr wohl möglich sein, vermöge der mitgeteilten trefflichen Urdaten die wahre Sterblichkeit jener Gesamtheiten zu berechnen, und das wäre nicht uninteressant angesichts der Größe des Materials. Jene 6 Tafeln umfassen im ganzen

9347 Männer
13005 Weiber
22352 Personen.

Es erübrigen noch wenige Worte über die an letzter Stelle namhaft gemachte Tafel Finlaisons, deren Anfang ich mitteile¹⁾. Diese Tafel zeichnet sich dadurch aus, daß sie auch den Fall des Austrittes aus der Beobachtung bei Lebzeiten enthält. Die ersten 5 Spalten sind durch ihre Ueberschriften erklärt. Auch was Spalte 6 enthalten soll, erhellt aus der Ueberschrift. Unverständlich aber bleibt es, wie die Spalte 6 aus jenen ersteren abgeleitet wurde, trotzdem daß Finlaison behauptet, diese Zahlen ergäben sich „mit Notwendigkeit“ aus denen der vorhergehenden Spalten. Man mag alle seine an andrer Stelle entwickelten Theorien auf diesen Fall anwenden — die Brücke zwischen Spalte 2 bis 5 und Spalte 6 ergibt sich daraus nicht. Man kann höchstens Annäherungsformeln auffinden. Was Finlaison sich bei jener „notwendigen“ Ableitung gedacht hat, bleibt dunkel, und es ist zu argwöhnen, daß es mit dieser Notwendigkeit ähnlich bestellt sei, wie mit der „Zweifellosigkeit“ der früher erwähnten Berechnung der Alterserfüllungen. Die gewiß sehr intrikaten Rechenkunststücke, die Finlaison bei jener Ableitung angewandt hat, sind sein Geheimnis geblieben. Wir haben nur zu konstatieren, daß sie ihr Ziel verfehlten, daß sie keine vernünftige Schätzung der verlebten Zeit lieferten.

Für jede der 6 Tafeln im „Report“ von 1829 hat Finlaison die Sterblichkeitssätze der einzelnen Alter in doppelter Weise ausgerechnet, einmal so, wie sie sich unmittelbar aus seinen Zahlen der zusammengehörigen Lebenden und Verstorbenen ergeben, und sodann mit einem „adjustment“, d. h. mit einer Korrektur, welche die gewünschte größere „Regelmäßigkeit“ herstellen, das vermutete „Naturgesetz“ gleichsam erraten soll. Auch Deparcieux hatte schon eine solche Korrektur versucht, aber bei ihm giebt sie sich noch ungeschminkt

1) Siehe I. Anhang, Nr. 4.

als das, was sie stets ist, als eine willkürliche Verteilung der Differenzen der einzelnen Sterblichkeitssätze behufs Verringerung der Verschiedenheiten der Abstände, die das persönliche Mißfallen des betr. Kalkulators erregen. Bei Finlaison aber und bei allen Späteren kleidet sich diese Befriedigung des persönlichen Schönheitssinnes, wenn ich so sagen darf, in das faltenreiche Gewand einer langen algebraischen Formel, welche den Anschein erweckt, als sei ihre Anwendung in der Natur der Sache begründet. Es wäre sehr förderlich für die Sterblichkeitsmessung gewesen, wenn die Zeit und Mühe, welche auf die Herstellung solcher Korrektionsformeln verwandt sind, der logischen Behandlung des Urmaterials, der Begründung einer vernünftigen Theorie der Sterblichkeitsmessung gewidmet wären.

Nachdem wir nunmehr die Antwort kennen gelernt haben, welche Finlaison auf die erste Hauptfrage, die nach der Technik der Sterblichkeitsmessung am Material einer Versicherungsgesellschaft, gegeben hat, bleibt uns nur noch wenig über die anderen 4 Fragen, die er aufwirft, hinzuzusetzen. Sie handeln:

II. Ueber den Einfluß verschiedener Definitionsmerkmale der Beobachtungsgesamtheiten auf deren Sterblichkeit.

Finlaison fragt, inwieweit seine Ergebnisse, von deren formaler Unanfechtbarkeit er natürlich überzeugt ist, auch für andere Gesamtheiten gelten mögen, die von den beobachteten abweichen bezüglich des Wohnortes, der Zeit ihres Lebens, des Wohlstandes; endlich ob die beiden Geschlechter *ceteris paribus* eine erheblich verschiedene Sterblichkeit aufweisen.

Die Frage nach dem Einfluß der Oertlichkeit beantwortet Finlaison dahin, daß seine Beobachtungen sich über ganz Großbritannien erstreckten, und zwar über Stadt und Land, daß sein Beobachtungsmaterial eine Stichprobe aus dem ganzen englischen Volk sei. Für Großbritannien möge also die gefundene Sterblichkeit wohl allgemein gelten. Daß aber das nämliche „Gesetz der Sterblichkeit“ auch in anderen Ländern oder Klimaten herrsche, das sei von vornherein unwahrscheinlich, und müsse erst durch den Versuch erwiesen werden.

Daß das „Gesetz der Sterblichkeit“ nicht für alle Zeit konstant sei, das beweise seine eigene Arbeit: die verschiedenen Untersuchungen zeigten eine beständige Verringerung der Sterblichkeit des nämlichen Alters mit der Zeit, welche Verringerung wohl dem Fortschritt der ärztlichen Kunst und der Hygiene zuzuschreiben sei.

Dem Wohlstand meint Finlaison keinen erheblichen Einfluß auf die Sterblichkeit zuerkennen zu sollen, und das deshalb, weil das Ergebnis seiner Erhebungen, die doch vornehmlich Wohlhabende betrafen,

nicht beträchtlich abweiche von Milnes Beobachtung der Bevölkerung von Carlisle, die doch, wie jede Bevölkerung, meist arme Leute umfasse. Dies Argument kann Eindruck nur auf den machen, der die Mangelhaftigkeit der Sterblichkeitsberechnung bei Finlaison nicht erkannt hat: wir wissen, daß seine Sterblichkeitszahlen wenig Beweiskraft haben. — In Uebereinstimmung mit dieser seiner Anschauung empfahl Finlaison auch, seine Rentner-Erfahrungen den Berechnungen der Friendly Societies zu Grunde zu legen!

Daß endlich die beiden Geschlechter verschiedene Sterblichkeit zeigten, sei sowohl durch die älteren bevölkerungsstatistischen als auch durch Finlaisons eigene Untersuchungen völlig erwiesen, und es folge daraus, daß Sterblichkeitsbeobachtungen ohne Unterscheidung des Geschlechtes ganz wertlos seien, weil sie gar keinen Anhalt böten für die Sterblichkeit eines jeden Geschlechtes.

In all' diesen Erwägungen zeigt sich uns Finlaison wieder von seiner vorteilhaften Seite. Etwas rätselhaft wird dadurch nur, was er sich eigentlich unter dem „konstanten Naturgesetz der Sterblichkeit“ denkt, da er doch konstatiert, daß die Sterblichkeit unter anderen Umständen jedesmal eine andere ist. Er wird offenbar von dem hochtönenden Wort Naturgesetz beherrscht, wie eben viele Leute sich von einer Phrase, einem Schlagwort beherrschen lassen, dessen Wesen ja gerade darin besteht, daß man dabei nicht genau das denkt, was es eigentlich sagt.

Bilden wir uns ein Schlußurteil über Finlaison, so müssen wir vor allem als ein großes Verdienst anerkennen die unübertroffene Klarheit in der Formulierung des Problems, die Sterblichkeit einer bestimmten Gesamtheit zwischen zwei Zeitgrenzen zu messen. Nachdem wir bei Deparcieux noch eine so ängstliche Enge der Auffassung gefunden haben, wirkt es einigermaßen überraschend, ohne irgend ein Bindeglied bei Finlaison der allgemeinsten Darstellung des Problems zu begegnen, die überhaupt denkbar ist. Von Finlaison an ist das Problem der Messung bei allen unseren Autoren mit geringen Ausnahmen das nämliche geblieben. Deshalb haben wir sein erstes Auftauchen bei Finlaison so eingehend besprochen. Es ist sehr auffällig, wie ebenderselbe Mann, der das Problem so meisterhaft zu erfassen wußte, in der weiteren Behandlung desselben, in der Messung der Sterblichkeit für die einzelnen Alter, so völlig Schiffbruch litt. Er ist darin das Widerspiel zu seinem Vorgänger Deparcieux: dieser wußte das Beobachtungsmaterial nicht in seiner natürlichen, sondern nur in einer durch Fiktionen verzerrten Gestalt zu erfassen, blieb sich aber innerhalb seiner Fiktionen konsequent, — Finlaison dagegen verabscheut jegliche solche Verzerrung, weiß aber doch das Material in seiner natürlichen Gestalt nicht zu behandeln. Sehr lange hat es gedauert, bis man gelernt hat, den einen dieser Fehler zu vermeiden, ohne in den anderen zu verfallen.

Es mag an dieser Stelle noch erwähnt werden, daß die Bearbeitung des englischen Leibrenten- und Tontinenmaterials, die John Fin-

laison begonnen, in genau der nämlichen Weise fortgesetzt ist von A. G. Finlaison ¹⁾. Man wird daher für etwaige materielle Vergleichen der Sterblichkeit die nötigen Urdaten besser, weil in größerer Menge, dem Werke des letzteren entnehmen. Es erstrecken sich die Beobachtungen A. G. Finlaisons auf

11 154 eingetretene Männer, von denen 8083 starben ²⁾,
16 538 „ Frauen, „ „ 10982 „ ³⁾.

Kapitel III.

Morgan. Galloway.

1. Morgans Equitable-Tafel.

Von den beiden Privat-Versicherungsgesellschaften, die wir bereits kennen gelernt haben, der „Amicable“ und der „Equitable“ Society, hat zuerst die jüngere die Sterblichkeit unter ihren Angehörigen zu ermitteln begonnen. Sie pflegte jährliche Geschäftsberichte zu veröffentlichen über die zu Anfang eines jeden Kalenderjahres vorhandenen Mitglieder, eingeteilt in Klassen mit den Altern 10 bis 20, 20 bis 30 u. s. w., und über die während des Kalenderjahres Verstorbenen, eingeteilt nach den Sterbealtern 10 bis 20, 20 bis 30 u. s. w. Auf Grund dieser Mitteilungen sind Sterblichkeitstafeln berechnet worden von Griffith Davies (1825), Gompertz (1825), Babbage (1826), W. Morgan (1828). Es beruhen diese Tafeln also auf genau den nämlichen Grundlagen, wie die Ermittlung der Sterblichkeit aus der Bevölkerungsstatistik: hier wie dort liegt die Notwendigkeit von Schätzungen vor. Wir können daher die Besprechung dieser Arbeiten nicht unserer methodologischen Betrachtung der auf exakter Zählung beruhenden Messungsversuche eingliedern.

Erwähnen müssen wir dagegen eine Tafel, die im Jahre 1834 von Arthur Morgan aus den Erfahrungen der Equitable Society hergestellt wurde ⁴⁾, und die sich wenigstens den Anschein einer exakten Messung giebt, wenn sie auch keine solche ist.

Morgan, Actuary der Equitable Society von Beruf, nahm sich für die herzustellende Tafel die Tontinentafeln des Deparcieux zum Muster. Gleich diesem teilte er sein Material, d. h. die sämtlichen der Equitable

1) Report on the Mortality of the Government Annuitants by Alexander Glen Finlaison. 1860. 8°.

2) A. a. O. p. 139.

3) Ibid. p. 143.

4) Tables showing the total number of persons assured in the Equitable Society etc. London 1834. Folio.

vor dem 1. Januar 1829 Beigetretenen, ohne Unterscheidung des Geschlechtes in Eintrittsaltersklassen. Darauf zählte er — anscheinend — wie viele von den n bis $(n+1)$ -jährig Eingetretenen verhindert waren, das Alter $(n+1)$ zu erfüllen. Dafür kennt Morgan — wie auch schon Finlaison — drei Ursachen: das Erleben des Endtermins der Beobachtung vor Erfüllung des Alters $(n+1)$, den Austritt oder den Tod. Zieht man die Zahl der so vorgekommenen Verhinderungen von der Zahl der Eingetretenen ab, so erfährt man, wie viele das Alter $(n+1)$ überlebten. Dann ist weiter zu ermitteln, wie viele dieser Ueberlebenden auf eine der drei möglichen Weisen verhindert wurden, das Alter $(n+2)$ zu überleben u. s. f. Auf diese Weise läßt sich die Verminderung des Bestandes der Eintrittsaltersklasse mit dem Alter darstellen. Sehen wir uns Morgans Tafel, deren Anfang im I. Anhang unter Nr. 5 sich abgedruckt findet, einmal an, so verfolgt Morgan anscheinend in jeder Zeile die Bestandsverminderung mit dem Alter bei einer Eintrittsaltersklasse, welche stattfindet, wenn man den 1. Januar 1829 als Endtermin der Beobachtung behandelt. Und indem er die an den einzelnen Eintrittsaltersklassen während des nämlichen Altersjahres gemachten Erfahrungen vertikal untereinander stellt, erhält er je in einer Vertikalspalte die sämtlichen Erfahrungen gleicher Art für dasselbe Altersjahr.

Man kann nicht leugnen, daß Erfahrungen der beschriebenen Art sich in dieser Weise überaus anschaulich gruppieren lassen, und man darf Morgan Geschick im Tabellenentwerfen gewiß nicht absprechen.

Das ist aber auch alles Lobenswerte, das sich dieser Tafel Morgans nachsagen läßt. Im übrigen leidet sie an einem unlösbaren Widerspruch. Denn Morgan hat gar nicht seine Beobachtungen am 1. Januar 1829 geschlossen, sondern er hat vielmehr alle vor dem 1. Januar 1829 Eingetretenen bis zum 31. Dezember 1829 beobachtet¹⁾. Er müßte also für jedes Altersjahr den Bestand am 31. Dezember 1829 anstatt den am 1. Januar 1829 kennen, um die in das nächste Lebensjahr Uebergetretenen berechnen zu können. Was er als Altersüberschreitungen aufführt, sind mithin in Wahrheit keine solchen. Trotzdem nun, und das macht den Widerspruch noch rätselhafter, ist die Summe

des Bestandes am 1. Januar 1829:	6930
der vor dem 31. Dezember 1829 Ausgetretenen:	9324
der vor dem 31. Dezember 1829 Verstorbenen:	5144
	21398

gleich der Summe der Eingetretenen: 21398. In den Tafeln Morgans sowie in den Erläuterungen dazu finden wir keinerlei Erklärung für diese Uebereinstimmung. Vielleicht ist die Spalte, welche angeblich den Bestand am 1. Januar 1829 enthält, durch die ganze Tafel hindurch falsch überschrieben und enthält in Wahrheit den Bestand am 31. Dezember 1829. Das würde den Widerspruch lösen; aber man

1) Seite IV Anmerkung: . . . „the mortality of that year (1829) is included in that Table“.

findet keinerlei Anhalt dafür. Somit entzieht sich die ganze Tafel Morgans jeder Beurteilung ihres Wertes.

Das ist aber auch noch aus einem anderen Grunde der Fall. Morgan hat es nämlich nicht für nötig gefunden, seine Leser über die Art aufzuklären, wie er die Alter berechnet hat. Nur nebenbei, bei Erörterung eines anderen Punktes, erhalten wir eine ungenügende Mitteilung darüber. Morgan sagt über die Berechnung der Alter des Bestandes am Endtermin: eine Person, die im Kalenderjahr 1829 eingetreten sei im Alter von 30 bis 31, sei am 1. Januar 1830 als 31 Jahre alt zu betrachten, am 1. Januar 1831 als genau 32 Jahre alt u. s. w.; m. a. W.: das Erleben von Neujahrstagen wird gleich erachtet dem Erleben von Geburtstagen. Vermutlich sind die Alter der Verstorbenen und Abgegangenen ebenso bestimmt, doch wird das nicht mitgeteilt. Wir halten uns deshalb hier mit dieser Fiktion nicht weiter auf, zumal da wir sie später noch genau kennen lernen werden.

So bleibt in der That an Morgans Tafel nur die Idee der Anordnung zu loben — und auch die Ueberlegung, welche sie eingegeben hat. Es ist die folgende. Morgan sagt ¹⁾, es sei ein großer Unterschied zwischen der Sterblichkeit einer Gesamtheit, die im Alter 50 in die Versicherung eintrete, während des Altersjahres 50 bis 51, und derjenigen einer anderen Gesamtheit, die im Alter 20 eingetreten während des Alters 50 bis 51 beobachtet werde. Denn die erstere Gesamtheit hat erst vor kurzem die ärztliche Untersuchung auf normalen Gesundheitszustand zu bestehen gehabt, ohne welche man nicht aufgenommen wird: sie wird also von vornherein eine relativ geringe Sterblichkeit vermuten lassen. Die andere Gesamtheit aber hat zwar auch einmal die ärztliche Untersuchung bestehen müssen; indessen reicht die ärztliche Voraussicht immer nur über einige Jahre hinaus, nach deren Ablauf sich unter den Versicherten zahlreiche vorher unabsehbare Krankheitszustände und dergl. herausbilden, so daß die Gesamtheit alsdann durchaus nicht mehr eine auserlesen gesunde ist und also auch keine besonders niedrige Sterblichkeit mehr zeigt. Demnach sei die korrekte Methode die, die Sterblichkeit innerhalb der Eintrittsaltersklassen zu ermitteln, damit man die Sterblichkeit nicht nur nach dem Alter, sondern auch bei gleichem Alter nach der Dauer der Versicherung kennen lerne.

Es leuchtet ein, wie trefflich Morgans Anordnung bei exakt ermittelten Urdaten diesem Zweck zu dienen vermag. — Morgan selbst sieht übrigens ein, daß sein Material noch zu gering ist, um eine so weit gehende Zerlegung ohne Schaden für die Sicherheit des Resultates zu gestatten. Er will nur ein Beispiel geben. Und diesen Zweck hat er völlig erreicht. Die von Morgan dergestalt aufgeworfene Frage nach dem Einfluß der Selektion der Gesunden durch die Versicherungsanstalten ist von da an bis auf den heutigen Tag ein Gegenstand des eifrigsten Studiums derer geblieben, die der Sterblichkeit unter Versicherten nachgeforscht haben.

1) A. a. O. Seite VI.

Zur Herstellung des Sterblichkeitssatzes der Versicherten für das Alter n bis $(n+1)$ empfiehlt Morgan, die Zahl der das Alter n Erfüllenden, vermindert um die Hälfte der n - bis $(n+1)$ -jährig lebend Ausgetretenen, nebst den n - bis $(n+1)$ -jährig Neueingetretenen als die Lebenden zu betrachten, aus denen die Todesfälle im Alter n bis $(n+1)$ hervorgegangen seien. — Damit versucht Morgan, die Zahl der „Lebenden“ der Zahl der verlebten Jahre etwas näher zu bringen, und zwar wieder auf eine andere Weise, als wir das bei Finlaison sahen, der ja die Korrektur an der Zahl der Eingetretenen anbringen wollte.

Der nämliche Gedanke, daß die Zahlen der in jedem Lebensjahre beobachteten Personen einer Korrektur bedürften wegen der — im Gegensatz zur Fragestellung der Absterbeordnung — zugelassenen Wanderung, hat Morgan veranlaßt, sein Material noch einer ganz neuen Sterblichkeitsmessung zu unterwerfen. Er ließ nämlich völlig außer Betracht alle diejenigen, welche irgendwann während der Beobachtungsfrist lebend ausgetreten waren, und maß dann die Sterblichkeit unter dem Rest, also unter den Verstorbenen oder am Schluß der Beobachtung noch Vorhandenen allein¹⁾, nunmehr aber ohne jede Korrektur an den Zahlen der in den einzelnen Altern vorhandenen Lebenden. Er meinte auf diese Weise mit größerer Annäherung als bei der zuvor beschriebenen Tafel zu finden „die Sterblichkeit einer stationären Gesamtheit von ausgewählten Leben, oder auch einer Bevölkerung, in der der Abgang eines jeden Jahres ersetzt ist durch die Zulassung neuer Leben, dergestalt, daß die gesamte Masse eine konstante Größe bewahrt²⁾“.

Daß eine derartige Beziehung bestehe, daß die irgendwann lebend Ausgetretenen in je einem Lebensjahr gerade so viel Zeit verlebt hätten, als den in eben diesem Lebensjahr Eingetretenen von Morgan (durch Rückerstreckung des Eintrittsalters auf das zuletzt zurückgelegte volle Alter) fälschlich zugelegt wird, das ist natürlich eine völlig vage Vermutung. Es leidet dieser Gedanke wie fast alle anderen Morgans an großer Unklarheit. Charakteristisch für die Unsicherheit, die er selbst dem angeregten Problem gegenüber empfindet, ist der Umstand, daß er beide Tafeln nebeneinander veröffentlicht, ohne sich im Prinzip für die eine oder andere zu entscheiden, dem Geschmack des Lesers es überlassend, sich eine davon auszusuchen. Nur eines weiß er zu gunsten der zweiten Tafel anzuführen: sie liefere, wie der Vergleich zeige, die höheren Sterblichkeitssätze; die Versicherungsgesellschaften würden bei ihrer Benutzung also die besseren Geschäfte machen!

Weniger als andere Messungen der Sterblichkeit bietet uns die Morgans Gelegenheit zur Hervorhebung erfreulicher Fortschritte. Nur der eine Gedanke der Untersuchung des Einflusses der Selektion und die von ihm diktierte Anordnung des Materials ist als ein solcher zu begrüßen und soll nach Gebühr gewürdigt werden. Im übrigen aber ist Morgans Arbeit materiell wie formell ohne jedes Interesse und be-

1) A. a. O. Table B.

2) A. a. O. Seite VII.

zeichnet das tiefste Niveau, auf welches die Klarheit und die Einsicht in die Sachlage überhaupt bei einem Schriftsteller unseres Gegenstandes herabgesunken ist.

2. Galloways Amicable-Tafel.

Einen erfreulichen Gegensatz zu der widerspruchsvollen Tafel Morgans bietet die von seinem Amtsbruder an der Amicable Society, Thomas Galloway, gegebene Darstellung der Erfahrungen dieser Gesellschaft¹⁾. Galloway zeichnet sich durch Klarheit im Denken wie im Ausdruck auf das Vorteilhafteste vor den meisten anderen Schriftstellern unseres Gebietes aus.

Galloway hat die Sterblichkeit unter 2 verschiedenen Gruppen der Versicherten gemessen. Er hat erstens²⁾ alle diejenigen beobachtet, welche seit dem 1. Januar 1808 bei der Amicable als einzelne Leben (Gegensatz: verbundene Leben) für die ganze Lebensdauer neu versichert waren³⁾, und zwar hat er diese Beobachtung erstreckt vom Eintritt bis zum 5. April 1841. Zweitens⁴⁾ hat Galloway die vor dem 1. Januar 1808 bereits der Gesellschaft Angehörigen vom 5. April 1808 bis zum 5. April 1841 der Sterblichkeitsmessung unterworfen.

Der Grund dieser Scheidung war die verschiedene Genauigkeit der verfügbaren Urdaten. Vor dem Jahre 1808 nämlich hatte die Amicable Society die Prämiensätze noch nicht nach dem Alter abgestuft, daher auf die genaue Ermittlung des Eintrittsalters wenig Gewicht gelegt, wenn sie dieselben auch immerhin oberflächlich vermerkt hatte. Mit dem Jahre 1808 aber hatte die „Amicable“ diese Abstufung eingeführt und folglich auch die Eintrittsalter genau verzeichnet. Galloways Gruppenbildung war somit eine sehr verständige Maßregel.

Wir betrachten zunächst

a. Die Messung der Sterblichkeit unter den seit 1808 der Amicable Society Beigetretenen.

In der äußeren Anordnung seines Materials ist Galloway „dem trefflichen Beispiel, das Mr. Morgan gegeben hat“, gefolgt, aber er hat die inneren Widersprüche seines Vorbildes glücklich vermieden. Er unterzog die sämtlichen zwischen dem 1. Januar 1808 und dem 5. April 1841 Eingetretenen bis zu dem letzteren Termin der Beobachtung. Er teilte sie in einjährige Eintrittsaltersklassen und zählte dann für jede, wie viele Mitglieder nach 0- bis 1-jähriger Versicherungsdauer entweder den 5. April 1841 erlebt hatten, oder ausgetreten, oder verstorben waren. Darauf wiederholte er die nämliche Zählung für die Versicherungsdauer von 1 bis 2 Jahren u. s. w.

Die so gebildeten Gruppen von Erfahrungen identifizierte er mittelst einer Fiktion mit den Erfahrungen aus gewissen einjährigen Alters-

1) Tables of Mortality deduced from the Experience of the Amicable Society etc., by Thomas Galloway. London 1841. Folio.

2) A. a. O. Tables I u. II.

3) A. a. O. Seite III.

4) A. a. O. Table III.

strecken. Er nahm nämlich an, daß z. B. die 9- bis 10-jährig Eingetretenen sämtlich genau $9\frac{1}{2}$ Jahre, die 10- bis 11-jährig Eingetretenen genau $10\frac{1}{2}$ Jahre alt gewesen seien, als sie eintraten, u. s. w. Dann waren die Erfahrungen an den 9- bis 10-jährig Eingetretenen, die während des ersten Versicherungsjahres gemacht waren, nach der Fiktion Erfahrungen an $9\frac{1}{2}$ -jährig Eingetretenen während des Alters von $9\frac{1}{2}$ bis $10\frac{1}{2}$, die Erfahrungen an der nämlichen Eintrittsalterklasse während des zweiten Versicherungsjahres waren solche an $9\frac{1}{2}$ -jährig Eingetretenen während des Alters $10\frac{1}{2}$ bis $11\frac{1}{2}$, u. s. w. In dieser Weise ist das gesamte Material durchaus logisch disponiert — immer innerhalb der Fiktion betrachtet — und es sind dann nach Morgans Beispiel die Ueberschreitungen der Grenzalter $9\frac{1}{2}$, $10\frac{1}{2}$ u. s. w. berechnet. Man übersieht die ganze Anordnung leicht aus der beigegebenen Probe von Galloways Tafel (s. I. Anhang, Nr. 6).

Die Messung der Sterblichkeit ist nach einem genau dem fingierten Sachverhalt angemessenen Verfahren ausgeführt worden. Galloway betont wie Morgan, daß diese Disposition der Erfahrungen eigentlich der Untersuchungen des Einflusses der „Selektion“ auf die Sterblichkeit dienen solle; das Material sei aber noch zu klein, um so weitgehende Teilung zu ertragen. Deshalb mißt Galloway die Sterblichkeit im Alter $(x - \frac{1}{2})$ bis $(x + \frac{1}{2})$ nur für die sämtlichen während dieses Alters Beobachteten. Er stellt die Summe der in der Urtafel für dieses Alter verzeichneten Erfahrungen in einer besonderen Tafel¹⁾ zusammen, deren Anfang sich im I. Anhang unter Nr. 7 mitgeteilt findet; sie enthält nach unserer Bezeichnungsweise

in Spalte (1)	die Größe	$V(x - \frac{1}{2})_{t_1}^{t_2} + \frac{x - \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}} J_{t_1}^{t_2}$
„ „ (2)	„ „	$\frac{x + \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}} V(t_2)$
„ „ (3)	„ „	$\frac{x + \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}} E_{t_1}^{t_2}$
„ „ (4)	„ „	$\frac{x + \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}} M_{t_1}^{t_2}$

Darnach berechnet Galloway²⁾ als den Nenner des Sterblichkeitsquotienten, oder als „die Zahl derer, die der Sterbensgefahr während des Alters $(x - \frac{1}{2})$ bis $(x + \frac{1}{2})$ ausgesetzt waren,“ die Größe

$$R_{x - \frac{1}{2}}^{x + \frac{1}{2}} = V(x - \frac{1}{2})_{t_1}^{t_2} + \frac{x - \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}} I_{t_1}^{t_2} - \frac{1}{2} \left[\frac{x + \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}} V(t_2) + \frac{x + \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}} E_{t_1}^{t_2} \right]$$

Der Zähler ist unmittelbar gegeben in Spalte (4).

Will man Brüche vermeiden, so kann man das, indem man Zähler und Nenner verdoppelt. Diese verdoppelten Zahlen sind in den Spalten (5) und (6) der Tabelle angegeben.

Wenn man nun statt der Sterblichkeit in Altern von der Form $(x - \frac{1}{2})$ bis $(x + \frac{1}{2})$ die Sterblichkeit in Altern von der Form x bis $(x + 1)$ haben will, so kann man das nach Galloway leicht mittelst einer

1) Table II.

2) Seite VI.

Schätzung erreichen ¹⁾. Es wird nämlich annähernd die Zahl der während des Alters x bis $(x+1)$ „unter Risiko Stehenden“ gleich sein der halben Summe der während der Alter $(x - \frac{1}{2})$ bis $(x + \frac{1}{2})$ und $(x + \frac{1}{2})$ bis $(x + \frac{3}{2})$ „unter Risiko Stehenden“:

$$R_x^{x+1} = \frac{1}{2} \left(R_{x-\frac{1}{2}}^{x+\frac{1}{2}} + R_{x+\frac{1}{2}}^{x+\frac{3}{2}} \right)$$

und es werden verstorben sein im Alter x bis $(x+1)$ annähernd die Hälfte der im Alter $x - \frac{1}{2}$ bis $(x + \frac{1}{2})$ und die Hälfte der im Alter $(x + \frac{1}{2})$ bis $(x + \frac{3}{2})$ Verstorbenen:

$${}^{x+1}_x M_{t_1}^{t_2} = \frac{1}{2} \left({}^{x+\frac{1}{2}}_{x-\frac{1}{2}} M_{t_1}^{t_2} + {}^{x+\frac{3}{2}}_{x+\frac{1}{2}} M_{t_1}^{t_2} \right)$$

Sollen nun auch hier die Brüche vermieden werden, so muß man die ursprünglichen Beobachtungszahlen der „unter Risiko Stehenden“ und der Verstorbenen mit 4 multiplizieren: in dieser Form teilt Galloway die Werte in Spalte (7) und (8) der Tabelle II mit.

Man sieht hieraus, daß Galloways Messungsmethode demjenigen Problem, das er sich durch seine Fiktion geschaffen hat, in hohem Grade gerecht wird. Indem er die lebend Ausgetretenen und die den Endtermin Erlebenden nur mit halber Zahl in Anschlag bringt, ist er sehr nahe daran, die verlebte Zeit zu ermitteln: er brauchte nur noch mit den Verstorbenen ein gleiches zu thun, so hätten seine Zahlen der „unter Risiko Stehenden“ die Bedeutung der in der fiktiven Altersstrecke verlebten Jahre. Auch seiner Methode, die im Alter x bis $(x+1)$ „unter Risiko Stehenden“ zu schätzen, liegt, wenn auch unbewußt und unausgesprochen, die Vorstellung zu Grunde, daß es sich um Ermittlung der zwischen diesen Altersgrenzen verlebten Zeit handle. Darum ist diese Schätzung auch — immer den fingierten Thatbestand vorausgesetzt — in völlig einwandfreier Weise vorgenommen worden.

Fragen wir nunmehr, was Galloway in Wahrheit, von allen Fiktionen abgesehen, beobachtet hat, so wird uns die Antwort leicht, wenn wir uns erinnern, daß wir bei Deparcieux' Klostertafeln eine ganz ähnliche Fiktion gefunden und die danach gruppierten Daten auf ihre wahre Bedeutung zurückgeführt haben. Die Zahl der angeblichen Ueberschreitungen des Alters $(x - \frac{1}{2})$ ist in Wahrheit die Zahl der Fälle, in denen jünger als $(x-1)$ -jährig Eingetretene im Alter $(x-1)$ bis x das 2te, 3te, . . . nte Jahr der Dauer ihrer Versicherung angetreten haben; die Zahl der angeblich im Alter $(x - \frac{1}{2})$ Neueingetretenen ist in Wahrheit diejenige der im Alter $(x-1)$ bis x Eingetretenen. Die Summe der angeblich während des Alters $(x - \frac{1}{2})$ bis $(x + \frac{1}{2})$ auf eine der drei möglichen Weisen aus der Beobachtung Ausgetretenen ist in Wahrheit die Summe derjenigen unter allen während des Alters $(x-1)$ bis x in ihr 1tes, 2tes, . . . ntes Versicherungsjahr Eingetretenen, welche während dieses 1ten, 2ten, . . . nten Versicherungsjahres auf die betreffende Weise aus der Beobachtung ausgeschieden sind. Ermittelt man die derartig durch das Merkmal des Eintritts-

1) A. a. O. Seite VII.

alters und der Versicherungsdauer blind einander zugeordneten Beobachtungen von verlebter Zeit und Todesfällen, so erhält man, wie wir bei Deparcieux sahen, Erfahrungen aus allen Teilen des Altersspielraumes $(x-1)$ bis $(x+1)$, unter denen aber die aus dem mittleren Jahr $(x-\frac{1}{2})$ bis $(x+\frac{1}{2})$ stammenden stark überwiegen.

Galloways Zahlen der während des Beobachtungsjahres „unter Risiko Stehenden“ sind um die Hälfte der Verstorbenen größer als die Zahlen der verlebten Jahre. Seine Quotienten sind also eine erträgliche Schätzung der Sterblichkeit der beobachteten Gesamtheit in den einzelnen Altern. Aber für Zwecke der Vergleichung, also der Untersuchung des Einflusses der Definitionsmerkmale, sowie für Versicherungszwecke bietet diese Sterblichkeit wenig materielles Interesse. Denn einesteils ist der Unterschied des Geschlechtes nicht festgehalten (Galloway sagt aber, daß die überwiegende Zahl Männer waren); anderenteils sind die Beobachtungszahlen sehr klein: sie umfassen nur 3530 Eingetretene, von denen

798 starben,

505 lebend austraten,

2227 den Schluß der Beobachtungsfrist erlebten.

Noch härter fällt das Urteil aus über die materielle Bedeutung der Beobachtungen der zweiten Gruppe, welche geliefert hat

b) Der am 5. April 1808 vorhandene Bestand der Amicable Society an solchen, die vor 1808 ihr Leben versichert hatten, beobachtet vom 5. April 1805 bis 5. April 1841¹⁾.

Bei diesen Versicherten waren, wie wir schon sahen, die Eintritts- und folglich auch alle anderen Altersangaben nicht völlig zuverlässig; das Geschlecht ist nicht unterschieden; die Gesamtzahl des Bestandes am 5. April 1808 endlich betrug nur 1088 Personen, von denen

bis zum 5. April 1841 starben 994

„ „ „ „ austraten 30

am „ „ „ noch lebten 64.

Da zu dieser materiellen Bedeutungslosigkeit hinzukommt, daß die formale Behandlungsweise keinerlei Vorzüge aufzuweisen hat und in der Fachliteratur völlig vereinzelt steht, so können wir uns bezüglich des formalen Teils, bezüglich der Methode, hier sehr kurz fassen.

Galloway kennt von jedem Mitglied seiner Beobachtungsgesamtheit den Tag seines Eintrittes, sowie — mit der mehrfach erwähnten Unsicherheit — dasjenige volle Alter x , das es zuvor erreicht hat. Nun nimmt er an, daß jedes Mitglied an dem ersten 5. April, den es als solches erlebt, das Alter $(x+1)$ erfülle — weil das „durchschnittlich“ so sei. Nach dieser Fiktion ergibt sich dann, daß alle Mitglieder am 5. April 1808, also bei Beginn der Beobachtung, gerade ein Lebensjahr vollendet haben. Den gesamten Bestand am 5. April 1808 teilt

1) Tab. III.

Galloway in Klassen von fiktiv genau 26-, 27-, 28- u. s. w. bis 91-jährigen. Alsdann behandelt er, seiner Fiktion getreu, als Erfahrungen z. B. aus dem Alter 30 bis 31 die Erfahrungen:

- an den zu Beginn der Beobachtung fiktiv 30-jährigen
im Jahre 5. 4. 1808 bis 5. 4. 1809,
- an den zu Beginn der Beobachtung fiktiv 29-jährigen
im Jahre 5. 4. 1809 bis 5. 4. 1810,
- an den zu Beginn der Beobachtung fiktiv 28-jährigen
im Jahre 5. 4. 1810 bis 5. 4. 1811,
- an den zu Beginn der Beobachtung fiktiv 27-jährigen
im Jahre 5. 4. 1811 bis 5. 4. 1812,
- endlich an den zu Beginn der Beobachtung fiktiv 26-jährigen
im Jahre 5. 4. 1812 bis 5. 4. 1813.

Innerhalb dieser Fiktion weiß Galloway dann wieder sehr richtig die in dem fiktiven Lebensjahr verlebte Zeit zu finden ¹⁾ — richtig bis auf die Hälfte der Verstorbenen, welche er hier wie bei der früher betrachteten Gesamtheit erst am Ende des Lebensjahres aus der Beobachtung ausscheiden läßt.

In Wirklichkeit sind nun die x - bis $(x+1)$ -jährig Eingetretenen an dem auf ihren Eintritt folgenden 5. April nicht $(x+1)$ Jahre alt gewesen, sondern haben zwischen den Altern x und $x+2$ gestanden. Diesen 2-jährigen Altersspielraum haben demnach auch die am 5. April 1808 fiktiv gleichaltrigen Gruppen. Galloway beobachtet somit in dem obigen Beispiel anstatt verschiedener Gruppen gleichzeitig 30-jähriger in Wahrheit verschiedene Gruppen gleichzeitig 29- bis 31-jähriger je während eines (Zeit-)Jahres, in dem also die Alter der Beobachteten zwischen 29 und 32 Jahren liegen. Die verlebten Jahre und die Todesfälle, die hierbei berücksichtigt sind, sind einander nach einer blinden Auswahl zugeordnet, so daß das Resultat der Messung sich als eine Probe der Sterblichkeit eines dreijährigen Altersspielraums darstellt.

Galloway hat zum Schluß die Resultate seiner beiden Messungen je für das nämliche Altersjahr zusammengeworfen ²⁾, um so der Dürftigkeit der beobachteten Massen in etwas abzuhelfen. Er hat das nicht von vornherein gethan, weil er den Altersangaben der zweiten Gruppe mißtraute. Wir hätten aber die Trennung auch dann empfohlen, wenn die Altersangaben völlig sicher gewesen wären — einmal vorausgesetzt, daß die Messungs- bzw. Schätzungsmethoden Galloways beibehalten werden müßten. Denn die erste Methode führt, wie wir sahen, zu Schätzungen der Sterblichkeit in 2-jährigen, die zweite aber zu solchen in 3-jährigen Altersstrecken. Demnach ist das Resultat der ersteren Messung bedeutend wertvoller, weil bestimmter, als das der letzteren, und man sollte es nicht durch die Beimischung trüben.

Wer freilich die Rechtfertigung einer Fiktion — wie das stets geschieht — darin sucht, daß die fingierte Größe ein „Durchschnitt“ sei von anderen Größen, der kann diesen Unterschied zwischen Fiktion

1) Man sieht das aus der mitgetheilten Probe: I. Anhang. Nr. 8.

2) Table IV.

und Fiktion nicht finden. Es können eben sehr verschiedene Gruppen von Größen dasselbe arithmetische Mittel haben.

Weder in der ersten noch in der zweiten Methode hat Galloway etwas Hervorragendes geliefert oder einen wichtigen neuen Gedanken- gang angeregt. Aber anzuerkennen ist die große und musterhafte Klarheit, mit der er innerhalb seiner Fiktionen zu denken und seine Anschauungen und Verfahrensweisen darzulegen verstanden hat.

Kapitel IV.

Brune.

Zeitlich und sachlich steht den Arbeiten Galloways nahe die älteste deutsche Publikation unseres Gebietes. Der Rechnungsrat Brune hat im Jahre 1837 eine Untersuchung der Sterblichkeit unter den Angehörigen der kgl. preußischen allgemeinen Witwen-Verpflegungs- anstalt zu Berlin, in der Zeit von ihrer Gründung, 1776, bis 1834, ver- öffentlicht¹⁾, mit der ausgesprochenen gemeinnützigen Absicht, damit „ähnlichen schon bestehenden oder noch zu errichtenden Instituten eine Basis zur Prüfung ihres finanziellen Zustandes oder für ihre Bei- tragsberechnungen zu geben.“ Brune hat dann später die Beobachtung über noch weitere 11 Jahre, bis ins Jahr 1845 hinein, ausgedehnt, und im Jahre 1847 eine zweite, seine gesamten Beobachtungen umfassende Tafel publiziert²⁾. Nur der zuerst genannten Tafel hat Brune Er- läuterungen über ihre Herstellung beigegeben, doch darf man wohl annehmen, daß die spätere Beobachtung in genau derselben Weise an- geordnet war, wie wir es jetzt für die frühere kennen lernen werden.

Brune beobachtete alle diejenigen, welche in den 58 Kalender- jahren 1776 bis 1833, beide einschließlich, der Kasse beigetreten waren. Er teilte sie zunächst nach dem Geschlecht in 2 Hauptgruppen, und davon jede wieder in 2 Klassen nach dem Eintrittstermin. Die An- stalt rezipierte nämlich nur zweimal im Kalenderjahr neue Mitglieder, am 1. April und am 1. Oktober. Demnach beobachtete Brune für jedes Geschlecht getrennt:

1) die Aprilklasse, d. h. diejenigen, welche in einem der genannten Kalenderjahre 1776 bis 1833 am 1. April eingetreten waren; und zwar

1) Crelles Journal f. d. reine u. angewandte Mathematik, Bd. 16, Seite 58 (1837): Neue Sterblichkeitstabellen für Witwenkassen. Vom Herrn Rechnungsrat Brune zu Berlin.

2) Allgem. Versicherungszeitung, herausgeg. v. Masius. Jahrg. 1847, S. 187/188 und 196/197: Sterblichkeitstafeln nach den Erfahrungen der preuß. allg. Witwenver- pflegungsanstalt während der Jahre 1776 bis 1845.

die sämtlichen Erfahrungen aus der Zeit vom 1. April 1776 bis 1. April 1834; —

2) die Oktoberklasse, d. h. diejenigen, die in einem jener Kalenderjahre 1776 bis 1833 am 1. Oktober eingetreten waren; und zwar sämtliche Erfahrungen zwischen dem 1. Oktober 1776 und dem 1. Oktober 1834.

Die Erfahrungen beider Klassen jedes Geschlechts wurden dann schließlich, Lebensjahr für Lebensjahr, zusammengeworfen und zur Ableitung der Sterblichkeitssätze benutzt.

Es wurden die Beobachtungen — der Todesfälle und der zugehörigen „Lebenden“ — natürlich in jeder der 4 Gruppen in genau derselben Weise festgestellt. Man denke sich z. B. die folgende Beschreibung des Verfahrens für die Aprilklasse der Männer gegeben.

Die Anstalt sah als Eintrittsalter dasjenige volle Lebensjahr an, das von dem wahren Alter bei der Aufnahme um höchstens 6 Monate abwich. Wer $29\frac{1}{2}$ - bis $30\frac{1}{2}$ -jährig eintrat, galt als 30-jährig eintretend, u. s. f. Diesem Gebrauch sich anschließend, konstatierte Brune zunächst, wie viele am 1. April 1776 in jedem fiktiven vollen Alter x vorhanden waren. Darauf zählte er, wie viele von ihnen in dem Jahre vom 1. April 1776 bis zum 1. April 1777 ausgetreten oder verstorben waren. Die Differenz zwischen diesen und dem Anfangsbestand an x -jährigen ergab diejenigen, welche am 1. April 1777 das Alter $(x+1)$ erfüllten. Ihnen fügte Brune hinzu diejenigen, welche am 1. April 1777 $(x+1)$ -jährig neu eingetreten waren, zog von der Summe diejenigen in ihr Inbegriffenen ab, die in dem Jahre vom 1. April 1777 bis 1. April 1778 ausgetreten oder verstorben waren, und erhielt so die Erfüllungen des Alters $(x+2)$ am 1. April 1778. Man macht sich dies Verfahren und die ihm zu Grunde liegende Fiktion am besten klar durch die graphische Darstellung¹⁾. Die fingierte Lagerung des Materials zeichnet sich dadurch aus, daß die Aufenthaltslinien sämtlich, einander überdeckend, in den Diagonalen der durch Zeit- und Altersjahr definierten Parallelogramme liegen, beginnend im Schnittpunkt der früheren Zeit- mit der früheren Altersgrenze.

Nachdem Brune so für jedes der 58 Zeitjahre die Erfahrungen eines jeden fiktiven Alters festgestellt hat, addiert er für jedes fiktive Lebensalter x bis $(x+1)$ aus allen 58 Jahren:

1. die sämtlichen Ueberschreitungen des Alters x :

$$\left(V(x)_{t_1}^{t_2} + {}^x I_{t_1}^{t_2} \right)$$

2. die sämtlichen Austritte zu Lebzeiten im Alter x bis $(x+1)$:

$${}^{x+1} E_{t_1}^{t_2}$$

3. die sämtlichen Verstorbenen im Alter x bis $(x+1)$:

$${}^{x+1} M_{t_1}^{t_2}$$

1) Siehe unten, Anhang II, Fig. 4.

Diese Zahlen aus beiden Klassen des nämlichen Geschlechts zusammengenommen hat er in seiner Tafel, deren Anfang sich im I. Anhang unter No. 9 mitgeteilt findet, unter den Ueberschriften: „Lebende im Anfang der Jahre“, „Ausgeschiedene“, „Gestorbene“, zusammengestellt und zur Berechnung der Sterblichkeit in den fiktiven Lebensjahren in folgender Weise benutzt.

Man muß, so argumentiert Brune, unter den „Lebenden im Anfang des Jahres“ unterscheiden zwischen solchen, die das ganze Altersjahr von x bis $(x+1)$ durchlebten, und solchen, die vor Erfüllung des Alters $(x+1)$ aus der Beobachtung austraten. Wären die letzteren bis zum Alter $(x+1)$ unter Beobachtung geblieben, so würden sie wahrscheinlich auch noch Todesfälle geliefert haben, die nun, da sie früher ausgetreten, der Beobachtung entgangen sind. Die Berücksichtigung der vollen Zahl der Ausgeschiedenen im Nenner des Sterblichkeitsquotienten wäre also eine einseitige Vermehrung der Lebenden, eine Herabdrückung der Sterblichkeit. Eine geeignete Korrektur sei es dagegen, anzunehmen, daß die eine Hälfte der Ausgetretenen in der Mitte, die andere am Ende des Altersjahres ausgeschieden sei, und demnach „im Durchschnitt drei Vierteile als solche anzusehen, welche zu der für das selbige Jahr aufgezeichneten Anzahl aller Gestorbenen kontribuiert haben“. Darnach findet Brune durch Abzug eines Viertels der im Alter x bis $(x+1)$ „Ausgeschiedenen“ von den „zu Anfang des Jahres [x bis $(x+1)$] Lebenden“ die „korrigierte Zahl der Lebenden“ im Alter x bis $(x+1)$. In diese Zahl dividiert Brune die im nämlichen Alter Verstorbenen, um zu erfahren, auf wie viel „Lebende“ ein Todesfall kommt. Er fragt also nach dem reziproken Wert der Sterblichkeit — vermutlich, weil dieser ihm eine anschaulichere Bedeutung zu haben scheint. Da die für die einzelnen Alter ermittelten Zahlen „zu wenig Stetigkeit hielten“, d. h. mit wachsendem Alter nicht immer im nämlichen Sinne noch auch in gleichmäßigen Abständen sich änderten, so nahm er stets die „korrigierten Zahlen der Lebenden“ und die Verstorbenen von 5 Altersjahren (26 bis 31, 31 bis 36 etc.) zusammen und berechnete aus diesen Zahlen die Sterblichkeitsverhältnisse für die fünfjährigen Altersspielräume. Die Resultate stellte er dar in der bekannten Form der Absterbeordnung oder „Dekremententafel“, und er ergänzte dieselbe, indem er die zunächst für fünfjährige Altersdifferenzen gefundenen „Dekremente“ auf einjährige nach Gutdünken verteilte.

So viel zur Beschreibung der Methode Brunos. Geben wir ihm das *πρῶτον ψεῦδος* der Altersfiktion zunächst einmal zu — so fällt vor allem unangenehm auf die außerordentliche Schwerfälligkeit in der Rechentechnik. Es fehlt Brune noch gänzlich die Fähigkeit, die Erfahrungen eines Altersjahres zu sammeln ohne Rücksicht auf die Zeit, der sie angehörten: deshalb mußte er die Ueberschreitungen eines Alters x , die Neueintritte, die Austritte und die Todesfälle des Altersjahres je an 58 verschiedenen Stellen konstatieren, wo es doch lediglich auf die Summen ankam! Welch' ungeheure Verschwendung von Zeit und Arbeit wegen mangelhafter Ueberlegung! Es macht

Brunes Zähltechnik so sehr den Eindruck urwüchsiger Beschränktheit des Gesichtskreises, daß man daraus ein starkes Argument mehr entnehmen darf für die durch den Mangel jeglicher Erwähnung der Fachlitteratur bereits erweckte Vermutung, daß Brunes Arbeit eine völlig originale Leistung war. Hätte er Deparcieux, Finlaison oder Morgan gekannt, so hätte er sich ohne Zweifel deren elegantere Methoden zu nutze gemacht.

Auch trotz des großen Umweges hätte Brune natürlich das Ziel einer rationellen Messung der Sterblichkeit — für die durch die Altersfiktionen geschaffene Gestalt des Problems — erreichen können. Er hat sich ihm aber nur angenähert. In dem unsicheren Tasten nach der Zahl der Lebenden, die wohl „zu der aufgezeichneten Anzahl aller Gestorbenen kontribuiert haben“ mögen, zeigt sich eine dunkle Vorstellung davon, daß diese Zahl in Wahrheit die der unter Beobachtung verlebten Jahre ist. Aber darin, daß er nur ein Viertel der Abgegangenen statt der Hälfte in Abzug brachte, und in der ungenügenden Motivierung dieser Maßregel offenbart sich, daß diese Vorstellung sehr dunkel geblieben ist. — Daß Brune das, was er gegen die Einbeziehung der vollen Zahl der Abgegangenen unter die „Lebenden“ sagt, nicht auch auf die Verstorbenen anwendet, darüber werden wir uns nicht wundern, nachdem wir Leute mit so viel tieferer Sachkenntnis dieselbe Inkonsequenz haben begehen sehen.

Haben wir hiermit die Frage beantwortet: vorausgesetzt, daß die Eintrittsalter diejenigen waren, welche Brune annimmt, inwieweit ist er dem dann vorliegenden Messungsproblem gerecht geworden? — so bleibt uns zur Vollendung unserer Kritik noch die andere: vorausgesetzt, daß die Messung bei der fingierten Sachlage tadelfrei war, inwieweit weicht die fiktive Bedeutung des Resultates von der wahren ab?

Es leuchtet ein, daß wir es bei Brune wiederum mit einer Beobachtung der Sterblichkeit nach Eintrittsalter und Versicherungsdauer zu thun haben. Darin besteht die sachliche Aehnlichkeit mit Galloways Arbeiten, von der oben gesprochen wurde. Es kann auch die mit Deparcieux hervorgehoben werden. Darnach wird uns das Urteil über Brunes Fiktion leicht werden. Anstatt die sämtlichen x -jährigen vom Alter x bis $(x+1)$ zu beobachten, beobachtet Brune in Wahrheit alle diejenigen, welche im Alter $(x-\frac{1}{2})$ bis $(x+\frac{1}{2})$ ein neues Jahr ihrer Versicherungsdauer angetreten haben, und zwar während eben dieses neu angetretenen Versicherungsjahres. Berechnet man die hierdurch definierten verlebten Jahre und Todesfälle, so erhält man, wie wir aus den früheren Beispielen schon wissen, eine Summe von blind einander zugeordneten Erfahrungen, die zwischen den Altern $(x-\frac{1}{2})$ und $(x+\frac{3}{2})$, vorwiegend aber zwischen den Altern x und $(x+1)$ liegen. — Brunes Material stellt insofern eine besondere Form des allgemeinen Falles dar, als die Antritte neuer Versicherungsjahre im Alter $(x-\frac{1}{2})$ bis $(x+\frac{1}{2})$ gruppenweise gleichzeitig stattfinden: zu Beginn eines jeden der 58 Zeitjahre tritt eine neue Gruppe dieses Alters in ein neues Versicherungsjahr ein. Es gestattet diese Eigentümlich-

keit eine sehr einfache graphische Darstellung, die ich für eine einzelne (April-)Klasse im II. Anhang in Fig. 4 gegeben habe: man sieht daraus, wie an die Stelle der Erfahrungen eines Altersstreifens die Erfahrungen aus einer zu demselben in bestimmter Weise gelagerten Kette von Rechtecken treten. — Irgend einen logischen Vorzug vor dem allgemeinen Fall hat diese besondere Lagerung des Materials aber nicht.

Derartig ist die Schätzung der Sterblichkeit nach dem Alter, die man aus Brunes Material bei richtiger Bearbeitung — d. h. indem man die Verstorbenen und die Ausgeschiedenen für die verlebte Zeit nur mit halber Anzahl in Anschlag bringt — gewinnen kann. Es wäre eine solche Berechnung nicht ganz uninteressant angesichts der erheblichen Größe des Materials. Es liegen nämlich der späteren Beobachtung (von 1847) zu Grunde:

bei den Männern: 577 776 ¹⁾ verlebte Jahre,
11 501 Todesfälle;

bei den Frauen: 717 163,5 ¹⁾ verlebte Jahre,
12 788 Todesfälle.

Ueber die gesundheitliche Qualität seines Materials bemerkt Brune, daß die Männer nur nach dem gelieferten Beweis ihrer vollkommenen Gesundheit aufgenommen wurden, die Frauen dagegen, ohne daß überhaupt nach ihrer Gesundheit gefragt ward — wie das ja bei dem Zweck und Interesse der Anstalt natürlich ist.

Es ist bemerkenswert, daß bei Brune die Beobachtungen an Frauen diejenigen an Männern an Umfang übertreffen, während gewöhnlich das umgekehrte Verhältnis obwaltet. Gerade in dem großen Umfang der Erfahrungen über weibliche Sterblichkeit dürfte hauptsächlich das materielle Interesse der Tafeln Brunes zu suchen sein. Zweifellos haben die Beobachtungsdaten, die Brune der Nachwelt überliefert hat, einen hohen sachlichen Wert, da sie relativ sehr großen Gesamtheiten in solcher Form entnommen sind, daß mittelst ihrer gute Schätzungen der Sterblichkeit jener Gesamtheiten in den einjährigen Altersstrecken möglich sind.

Da wir aber von sachlichem Verdienst nicht reden können, ohne zugleich des persönlichen zu gedenken, so verlangt die Gerechtigkeit, hervorzuheben, daß Brune ein Material vorfand, dessen relativ einfache Beschaffenheit fast notwendig zu der Behandlung führte, die Brune angewandt hat. An schwierigeren Problemen, wie sie z. B. den englischen Actuaries vorlagen, seine Geschicklichkeit zu zeigen, dazu ist ihm gar keine Gelegenheit geworden, und nach den Proben geringer Herrschaft über den Stoff, die er gegeben, müssen wir ihm Glück dazu wünschen.

Diese Einschränkung des intellektuellen Verdienstes ist sehr wohl vereinbar mit voller Anerkennung für das moralische, das dieser Mann sich erworben hat, indem er aus rein gemeinnützigem Interesse sich einer so gewaltigen und anstrengenden Arbeit unterzog.

1) Die Zahlen sind gefunden nach der Formel: Summe der „Lebenden im Anfang des Jahres“ minus (halbe Summe der Ausgeschiedenen plus halbe Summe der Verstorbenen).

Kapitel V.

Die Tafeln der 17 englischen Gesellschaften.

Die Sterblichkeitssätze der verschiedenen von uns besprochenen Tafeln für je ein bestimmtes Lebensjahr zeigen starke Abweichungen von einander. Es kann das uns nicht besonders auffallen, die wir einerseits nicht mehr an ein „Naturgesetz der Sterblichkeit“ glauben und andererseits wissen, daß ohne irgend eine materielle Verschiedenheit die rein formale der Methode verschiedene Resultate liefern kann, daß es durchaus nicht notwendig ist, daß an derselben Gesamtheit Finlaison und Galloway für das Alter 20 bis 21 dieselbe Sterblichkeit herausmessen. Es ist unserer Disziplin in gewissem Sinne nützlich gewesen, daß die Versicherungstheoretiker diese doppelte Einsicht nicht besaßen. Sie glaubten der Autorität des „eminent mathematician“, den jede der Tafeln zum Verfasser hatte, unbesehen die Richtigkeit seines Verfahrens, und suchten die Erklärung dafür, daß man dem „konstanten Naturgesetz“ immer noch nicht näher kam, einzig in der Unzulänglichkeit der beobachteten Massen — die ja in der That ein wichtiger Grund mit für die Abweichungen war. Somit stellte sich ihnen als Ziel vor allem die Ausdehnung der Beobachtungen auf größere Massen dar. Dazu bedurfte man aber des planmäßigen Zusammenwirkens mehrerer Gesellschaften. Gewiß war das nicht leicht unter freien konkurrierenden Geschäftsunternehmungen zu organisieren, aber das große praktische Interesse der Sache hat es doch zustande gebracht. Das erste Beispiel dieser Art war die Vereinigung der Erfahrungen von 17 englischen Lebensversicherungsgesellschaften in einer Sterblichkeitstafel, die im Jahre 1843 gedruckt wurde¹⁾.

Das Jahr 1843 bezeichnet daher einen wichtigen Wendepunkt in der Geschichte der Sterblichkeitsmessung. Der Weg, den jene 17 Gesellschaften zuerst beschritten haben, ist seitdem mit immer größerem Erfolge begangen worden und hat der Beobachtung gewaltiges Material geliefert, dem gegenüber das von einzelnen Gesellschaften noch gelegentlich verarbeitete mehr und mehr verschwindet.

Der Arbeit der 17 Gesellschaften merkt man noch deutlich die Schwierigkeit an, denen derartige Unternehmungen stets begegnen und die man erst allmählich zu überwinden gelernt hat.

Beschlossen wurde das Werk im Jahre 1838 von einer Versammlung von Interessenten des Lebensversicherungsgeschäftes zu London. Die Ausführung wurde einem Ausschuß von 8 Actuaries übertragen, unter denen wir einige uns schon bekannte Namen finden: Griffith Davies, Benjamin Gompertz, Joshua Milne; den Hauptanteil an der

1) Tables exhibiting the law of mortality deduced from the combined experience of 17 Life Assurance Offices. London 1843. Das Werk ist selten, da nur in geringer Auflage auf Subskription gedruckt.

Gestaltung des Werkes aber hatte W. S. B. Woolhouse. Dieser hatte im Jahre 1839 Untersuchungen über die Sterblichkeit in der englisch-indischen Armee angestellt und bei der Gelegenheit „die mathematischen Beziehungen in dem statistischen Material untersucht, um sie systematisch auf einen solchen Ausdruck zu bringen, welcher dem Kalkulationsprozeß die größtmögliche Kürze und Einfachheit giebt und, was noch wichtiger, jeder möglichen Gefahr des Irrtums begegnet“. Dies war die theoretische Grundlage, auf welche der Actuaries-Ausschuß seine Arbeit zu stellen beschloß. Wir dürfen Woolhouse also wohl den geistigen Vater der letzteren nennen. Er hat seine Methode ausführlich dargelegt in einem 1866 veröffentlichten Aufsatz¹⁾, der eine wertvolle Ergänzung zu der den Tafeln der 17 Gesellschaften vorausgeschickten Erläuterung bildet.

Diesen beiden Quellen zufolge sind die Tafeln der 17 Gesellschaften folgendermaßen hergestellt worden.

Eine jede der beteiligten Gesellschaften wurde aufgefordert, die Erfahrungen an einer jeden vor einem gewissen Termin bei ihr in Kraft getretenen Police, die sie daran von dem Augenblick des Inkrafttretens an bis zu jenem Termin gemacht habe, zu sammeln und mitzuteilen. Als Endtermin wurde ihr freigestellt der Schluß irgend eines ihr passenden Kalenderjahres; vorzugsweise sollte der 31. Dezember 1837 die Beobachtung abschließen. Sie erhielt eine Anzahl Zählformulare, auf denen sie für jede Police das Wissenswerte einzutragen hatte, nämlich

- 1) das „laufende Alter“ beim Eintritt, d. h. die Ordnungszahl des Lebensjahres, in dem der Eintritt erfolgt war,
- 2) das Kalenderjahr, in dem der Eintritt stattgefunden hatte,
- 3) eine Angabe darüber, ob die Police am Endtermin noch in Kraft, oder vorher (durch Austritt oder Tod des Versicherten) erloschen war, und im letzteren Falle das Kalenderjahr des Erlöschens,
- 4) bei den erloschenen Policen einen Vermerk darüber, ob die Ursache des Erlöschens der Tod des Versicherten war,
- 5) das Geschlecht des Versicherten,
- 6) eine Angabe darüber, ob die Police zustande gekommen war:
 - a. am Centralbureau, ohne Vermittelung von Agenten, oder
 - b. durch Vermittelung von Agenten, die nicht in Irland domiziliert waren; oder endlich
 - c. durch Agenten, die in Irland wohnten.

Außerdem wurden noch einige Daten geliefert, die aber nicht zur Verarbeitung gelangt sind, z. B. die Todesursache.

Zur Illustration der Technik des Zählens sei hier nebenbei bemerkt, daß auf dem nämlichen Zählformular die verlangten Mitteilungen über viele Policen eingetragen wurden. Bei der späteren Verarbeitung und Gruppierung mußten sie dann jedesmal wieder abgeschrieben werden — eine Quelle unendlicher Arbeit und vieler Irrtümer! Erst in dem genannten Aufsatz von 1866 erwähnt Woolhouse

1) Journal of the Institute of Actuaries, Vol. XIII, Part II (July 1866), S. 75 ff.

als eine ganz neue Erfindung die nur für eine Person ausgestellte Zählkarte. Die Neuerung sei zuerst angegeben von Mr. O. G. Downes, einem Beamten der Economic Life Assurance Society. Ist dem so — andere Quellen nennen J. J. Downes, eines der Mitglieder des Actuaries-Ausschusses für Herstellung unserer Tafel — so verdiente dieser Name wohl dem Gedächtnis der Fachleute erhalten zu bleiben; der Gedanke, den Downes ausgesprochen, liegt zwar äußerst nahe und ergibt sich unmittelbar aus den Bedürfnissen der Sache, aber die Erfahrung zeigt, hier wie in anderen Fällen, daß auch solche Gedanken der Hebamme bedürfen, um zu Tage zu kommen.

Dem Material, das von den einzelnen Gesellschaften auf den Zählbogen an die Centralstelle geliefert wurde, hafteten zwei Mängel an. Den einen hatte man vorhergesehen: man erhielt Erfahrungen an Policen anstatt Erfahrungen an Personen. Innerhalb der einzelnen Gesellschaften hätte man eine Reduktion der Policen auf Personen wohl bewirken können, aber man sah keine Möglichkeit dieser Reduktion in dem Fall ab, wo dieselbe Person bei den Gesellschaften A, B, C gleichzeitig versichert war. Deshalb verzichtete man von vornherein gänzlich auf die partielle Korrektur eines Mangels, der sich doch wieder einstellen mußte, sobald man die Erfahrungen der einzelnen Gesellschaften zusammenwarf. — Es fehlt jeder Anhalt darüber, wie oft etwa der Fall der mehrfachen Zählung der nämlichen Person im gleichen Alter bei der Sterblichkeitsmessung der 17 Gesellschaften eingetreten sein mag, und somit leidet die Wertschätzung des Resultates in dieser Beziehung von vornherein an einer erheblichen Unsicherheit. Betraf dieser Mangel das ganze Material, so fiel der zweite nur einem Teil zur Last. Für weniger als die Hälfte der überhaupt in Betracht gezogenen Policen waren die Fragen der Zählbogen genau beantwortet; der größere Teil lief bereits in Form irgend einer von Fiktionen beherrschten Zusammenfassung ein: so lieferten die Equitable und die Amicable Society ihre Erfahrungen in der uns bekannten Form.

Beide Mängel zeigen die Unvollkommenheit des Zusammenwirkens in dem lockeren Interessentenverbande, und an beiden hat sich später der Fortschritt vollzogen.

Die Centralstelle teilte die gesamten eingelaufenen Angaben in 2 Gruppen:

- 1) solche, die sich der Fragestellung der Zählformulare völlig fügten;
- 2) solche, die das nicht thaten.

Jeden Teil behandelte sie getrennt. Ihre eigene Auffassung des Problems konnte sie natürlich nur an der ersteren Gruppe völlig zur Geltung bringen. Daher beansprucht auch nur diese unsere Aufmerksamkeit.

Man teilte das Material der ersten Gruppe zunächst nach dem Geschlecht. Es fand sich, daß es bestand aus:

36 414	Policen auf das Leben von Männern,
4 202	„ „ „ „ „ Frauen,
40 616	„ im ganzen.

Die Policen eines jeden Geschlechts wurden darauf weiter gruppiert nach der Art, wie die Verträge zustande gekommen waren (siehe oben S. 53, unter 6). Man nahm an, daß dies zugleich eine Klassifikation nach der Wohnart sei: die ohne Vermittelung von Agenten abgeschlossenen Verträge beträfen Stadtbewohner (Town), die durch nicht-irische Agenten vermittelten Landbewohner (Country), die von Agenten mit irischem Domizil besorgten endlich in Irland wohnende Leute. Somit hatte man 6 Gruppen: 1. Männer—Stadt, 2. Männer—Land, 3. Männer—Irland, 4. Frauen—Stadt, 5. Frauen—Land, 6. Frauen—Irland.

Jede der 6 Gruppen wurde für sich der nämlichen Behandlung unterworfen. Man teilte sie zunächst in Klassen von gleichem Eintrittsalter, darauf jede Eintrittsaltersklasse in solche die lebend ausgetreten, solche die verstorben, solche die am Endtermin noch versichert waren. Endlich stellte man fest, wie viele dieser dreierlei Austritte aus der Beobachtung noch im nämlichen Kalenderjahr erfolgt waren wie der Eintritt, wie viele im nächsten, wie viele im zweitnächsten u. s. w. Damit war die Klassifikation beendet, die Ergebnisse wurden eingetragen in eine Tabelle¹⁾, deren Schema aus der im I. Anhang unter Nr. 10 mitgetheilten Probe ersichtlich ist. Es ist daran nur die Ueberschrift „Years of duration of Policies“ irreführend. Dafür ein Beispiel. Bei dem Eintrittsalter „26“, in der mit „3“ überschriebenen Spalte und der mit „Disc.“ (d. h. discontinued, lebend ausgetreten) überschriebenen Unterspalte findet sich der Eintrag 23. Dieser bedeutet: daß 23 von den im Alter 25 bis 26 eingetretenen Männern mit städtischem Wohnsitz in einem solchen Kalenderjahr ausgetreten sind, dessen Ordnungszahl von derjenigen des Eintritts-Kalenderjahres um 3 differiert; — nicht aber bedeutet er, daß jene nach dreijähriger Versicherungsdauer abgingen, wie man nach der Ueberschrift glauben sollte. Analog sind alle anderen Zahlen der Tabelle zu interpretieren.

In den 6 Tafeln dieser Art sind die Urdaten der Beobachtung in ihrer wahren, von jeder Fiktion freien Bedeutung veröffentlicht. Man that das, um jeder beliebigen Gruppierung seitens der Interessenten Raum zu lassen. Die Leiter der Untersuchung selbst haben darnach die Sterblichkeit jeder der 6 Gesamtheiten nach dem Alter darzustellen versucht. In strenger Weise diese Aufgabe durchzuführen, ist natürlich schlechterdings unmöglich. Aber unsere Autoren wissen auch die auf das unzweckmäßigste abgegrenzten Summen von Beobachtungen ihren Zwecken dienstbar zu machen vermöge des stets bereiten Zaubermittels der Fiktion. Und so fingieren sie in diesem Falle, daß alle im Alter x bis $(x + 1)$ erfolgten Eintritte geschehen seien im Alter $(x + \frac{1}{2})$ und in der Mitte desjenigen Kalenderjahres, in dem sie wirklich stattgefunden haben. Gerechtfertigt wird diese ungeheuerliche Fiktion mit dem uns längst geläufigen und seinem Wert nach bekannten Argument, daß das „im Durchschnitt“ so sei.

1) A. a. O. Tables A (1) bis A (6).

Hätten die Eintritte wirklich die angenommene Lage, so ergäbe sich freilich für jede Gruppe von Beobachtungen ein eng begrenztes Alter, dem sie angehörten. Diejenigen z. B., die laut jenen bereits (S. 55 Mitte) als Beispiel herangezogenen 23 Policen versichert waren, würden, wenn sie wirklich im Alter von $25\frac{1}{2}$ an einem 1. Juli eingetreten wären, während der Kalenderjahre, in denen sie austraten, und deren Ordnungszahlen von denen der zugehörigen Eintritts-Kalenderjahre je um 3 differierten, im 29. Lebensjahre gestanden haben; sie wären also 28- bis 29-jährig ausgetreten. Ebenso wäre der in der nämlichen Zeile und Hauptspalte unter der Ueberschrift „Died“ verzeichnete eine Verstorbene im Alter von 28 bis 29 verstorben. Endlich die neben jenen Zahlen unter der Rubrik „Ex.“ (d. h. existing = bei Abschluß der Beobachtung noch versichert) eingetragenen 22 Policen beträfen Versicherte, welche am Ende der Beobachtung gerade 29 Jahre alt waren.

Die Urheber unserer Tafeln nun glauben, daß die wirkliche Sachlage in allen wesentlichen Beziehungen mit dem Fall, den wir hier hypothetisch ausgedrückt haben, übereinstimme, und halten sich demnach für berechtigt, die obigen Konsequenzen für die Bestimmung des Alters bei sämtlichen Einträgen der Urtafel zu ziehen.

Sie haben darnach summarische Tafeln¹⁾ hergestellt, in welchen ohne Rücksicht auf das Eintrittsalter angegeben wurde, wie oft das nämliche Ereignis in dem nämlichen fingierten Alter eingetreten war, d. h. wie viele im Alter x bis $(x + 1)$ der Gesamtheit neu beigetreten, verstorben, ausgetreten, am Endtermin vorhanden waren. Eine solche Tafel findet sich als Probe im I. Anhang unter Nr. 11 abgedruckt. Zum Verständnis derselben ist zu beachten, daß unter der Rubrik „Existing at the termination of the observation“ nicht etwa der Bestand der sämtlichen beteiligten Gesellschaften am nämlichen Tage aufgeführt ist. Vielmehr ist, wie wir oben sahen (S. 53), die Wahl des Endtermins jeder Gesellschaft freigestellt worden; von den meisten, aber nicht von allen, wurde der 31. Dezember 1837 dazu ausersehen²⁾. Jede Gesellschaft aber hat denselben Endtermin für alle ihre Beobachtungen benutzt. Der 31. Dezember 1837 ist der späteste Zeitpunkt, bis zu dem noch Beobachtungen berücksichtigt wurden. Der frühere Abschluß der Beobachtungen seitens einzelner Gesellschaften erscheint in dem Gesamtbilde gleichwertig mit dem Austritt entsprechender Massen zu Lebzeiten. Ferner ist zu bemerken, daß der Schlußtermin stets ein 31. Dezember war, und daß nach der Fiktion an diesem Datum stets ein volles Lebensjahr erfüllt wird. Daher besagt nach der Fiktion z. B. die Zahl 88 in unserer Tabelle, gegenüber dem „laufenden Alter 25“ in der Spalte „Existing“ etc., daß 88 Leute (Policen) an den Endterminen gerade das Alter 25 erfüllt hatten³⁾.

Das genaue Verständnis des fingierten Sachverhalts ist deshalb wichtig, weil innerhalb der Fiktion die Sterblichkeit von Woolhouse nach einer sehr konsequenten Methode gemessen ist, auf die wir einen

1) Tables B (1) bis B (6) a. a. O.

2) Einleitung zu den Tafeln, Seite VIII.

3) Zu ersehen aus dem Vergleich der Tafel B (1) mit A (1).

Augenblick eingehen müssen. „Das Ziel der Rechnung“, sagt Woolhouse¹⁾, „ist, festzustellen, wie viele in ein Altersjahr eingetreten sind und während desselben unter Beobachtung gestanden haben, damit man sie in Beziehung setzen kann zu der Zahl der Todesfälle, die in diesem Altersjahr vorgekommen sind.“ Um nun jene Zahl der Lebenden zu ermitteln, muß man wissen, wie viele in dem betr. Altersjahr x bis $(x + 1)$ neu eingetreten sind, und wie viele das Alter x als Versicherte überlebt haben. Die erstere Zahl ist unmittelbar aus den Tabellen zu entnehmen; die letztere ist zu erschließen, wenn man sich vergegenwärtigt, daß für jede Altersstrecke x bis $(x + 1)$ eine Beziehung besteht, die sich — wenn wir statt der Bezeichnungsweise Woolhouses die uns gewohnte anwenden — so ausdrückt:

$$V(x)_{t_1}^{t_2} + {}^{x+1}_x V(t_1) + {}^{x+1}_x I_{t_1}^{t_2} - \left({}^{x+1}_{x+1} V(t_2) + {}^{x+1}_x E_{t_1}^{t_2} + {}^{x+1}_x M_{t_1}^{t_2} \right) \\ = V(x+1)_{t_1}^{t_2}$$

Bezeichnet man nun der Kürze wegen die Größe

$$V(x)_{t_1}^{t_2} \text{ mit } \varepsilon_x$$

ferner:

$${}^{x+1}_x V(t_1) + {}^{x+1}_x I_{t_1}^{t_2} - \left[{}^{x+1}_{x+1} V(t_2) + {}^{x+1}_x E_{t_1}^{t_2} + {}^{x+1}_x M_{t_1}^{t_2} \right] \text{ mit } \Delta\varepsilon_x$$

endlich:

$$V(x+1)_{t_1}^{t_2} \text{ mit } \varepsilon_{x+1},$$

so erhält die obige Gleichung den Ausdruck:

$$\varepsilon_x + \Delta\varepsilon_x = \varepsilon_{x+1}.$$

$\Delta\varepsilon_x$ bezeichnet also den (positiven oder negativen) Zuwachs, welchen die Zahl der Beobachteten während des Altersjahres x bis $(x + 1)$ erfährt.

Führt man eine analoge Bezeichnung für die früheren Alter ein, so erhält man ein System von Gleichungen folgender Art:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x-1} + \Delta\varepsilon_{x-1}$$

$$\varepsilon_{x-1} = \varepsilon_{x-2} + \Delta\varepsilon_{x-2}$$

$$\varepsilon_{x-2} = \varepsilon_{x-3} + \Delta\varepsilon_{x-3}$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_1$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon_0$$

1) Journal of the Inst. of Act., Vol. XIII, S. 84 bis 86.

Addiert man nun die linken und rechten Seiten der Gleichungen und läßt im Resultat die Identitäten fort, so erhält man die Summengleichung:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_0 + \sum_{n=0}^{n=x-1} \Delta \varepsilon_n.$$

Nun ist der Natur der Sache nach der Wert ε_0 stets gleich 0, so daß sich die Formel noch vereinfacht:

$$\varepsilon_x = \sum_{n=0}^{n=x-1} \Delta \varepsilon_n.$$

In Worten: die Zahl der Erfüllungen des Alters x ist gleich der Summe der Differenzen zwischen den in jeder früheren Altersstrecke stattfindenden Eintritt in die und Austritten aus der Beobachtung.

Die Auffindung dieses Satzes ist ein sehr bemerkenswertes Verdienst Woolhouses; er ist der erste, der die Erfahrungen eines Altersjahres als solche, ganz abgesehen von der Zeit, der sie angehören, zu behandeln, das Problem der Messung der Sterblichkeit einer Gesamtheit nach dem Alter rein zu erfassen weiß. — Der Satz ist unbestreitbar richtig auch für den vorliegenden Fall, wo der Endtermin nicht für alle Beobachtungen der gleiche ist.

Woolhouse bestimmt die sämtlichen Erfüllungen ε_x der ganzjährigen Alter durch successive Addition der Differenzen $\Delta \varepsilon_n$. Mit Hilfe dieser Größe kann man dann nach Woolhouse berechnen, wie viele in dem Alter x bis $(x+1)$ der Sterbensgefahr ausgesetzt („exposed to risk“) waren; nämlich, wenn diese mit ${}^{x+1}_x R$ bezeichnet werden, nach der Formel:

$${}^{x+1}_x R = V(x)_{t_1}^{t_2} + \frac{1}{2} {}^{x+1}_x V(t_1) + \frac{1}{2} {}^{x+1}_x I_{t_1}^{t_2} - \frac{1}{2} {}^{x+1}_x E_{t_1}^{t_2}.$$

Die Größen ${}^{x+1}_x V(t_1)$, ${}^{x+1}_x I_{t_1}^{t_2}$, ${}^{x+1}_x E_{t_1}^{t_2}$ sind nur mit der halben Zahl in Anschlag zu bringen, weil sie durchschnittlich nur ein halbes Jahr unter Beobachtung in dem Altersjahr verbringen: Woolhouse zählt in Wahrheit verlebte Jahre statt lebender Personen, ohne das ausdrücklich zu sagen.

In dem Falle der 17 Gesellschaften ist die Größe ${}^{x+1}_x V(t_1)$ für alle Alter gleich 0, so daß sich als definitive Rechnungsformel ergibt:

$${}^{x+1}_x R = V(x)_{t_1}^{t_2} + \frac{1}{2} \left[{}^{x+1}_x I_{t_1}^{t_2} - {}^{x+1}_x E_{t_1}^{t_2} \right].$$

Diese Formel ist der kürzeste Ausdruck des der Rechnung zu Grunde liegenden Gedankens. Sie führt in jedem einzelnen Falle von den Urdaten auf die Größe, welche die Tafeln als „exposed to risk“ angeben. Die Kalkulatoren haben sich einer anderen, sehr schwerfälligen Berechnungsweise bedient, die indessen, als interesselos, hier nicht dargelegt werden soll.

Als Sterblichkeit des Alters x bis $(x+1)$ wird von den Tafeln der 17 Gesellschaften naturgemäß behandelt der Quotient:

$${}_{x+1}^x \mu = \frac{{}_{x+1}^x M_{t_1}^{t_2}}{{}_{x+1}^x R}.$$

Man sieht, daß die Messungsmethode dem nach der Fiktion vorliegenden speziellen Problem in hohem Grade gerecht geworden ist: bis auf die halbe Zahl der Verstorbenen stimmt der Nenner in Woolhouses Sterblichkeitsquotienten mit der durch Schätzung zu findenden Zahl der verlebten Jahre überein.

Die Behandlungsweise zeigt hier und da Anläufe zu einer allgemeineren Beweisführung, die indessen immer wieder unterbrochen werden durch die Rücksicht auf das spezielle Problem. In jenem mehrerwähnten Aufsatz hat Woolhouse nun rein theoretisch dargelegt, wie er sich die allgemeinste Form der Behandlung denkt. Diese Darlegung mag hier einen Platz finden zur genaueren Charakterisierung desjenigen Niveaus theoretischer Einsicht, das der Haupturheber unserer Tafel erreicht hatte.

Woolhouse sagt ¹⁾: „die Prinzipien der Berechnung lassen sich so genau, als man vernünftigerweise überhaupt nur verlangen kann, angeben, wenn man annimmt, es sei in den ursprünglichen Zählformularen angegeben je das Datum der Geburt, des Eintrittes und des Austrittes. Hiernach läßt sich das genaue Alter bei Eintritt und Austritt ermitteln, demnach auch die Summe:

$\Sigma \delta N$ derjenigen Zeit, um welche die zu Anfang der Beobachtung x - bis $(x+1)$ -jährig Vorhandenen $({}_{x+1}^x V(t_1))$ zur Zeit t_1 noch von der Erfüllung des Alters $x+1$ entfernt waren;

$\Sigma \delta n$ derjenigen Zeit, welche die ${}_{x+1}^x I_{t_1}^{t_2}$ vom Eintritt an noch bis zur Erfüllung des Alters $(x+1)$ zu verleben hatten;

$\Sigma \delta R$ derjenigen Zeit, um welche die ${}_{x+1}^x V(t_2)$ zur Zeit t_2 noch von dem Alter $(x+1)$ entfernt waren;

$\Sigma \delta r$ derjenigen Zeit, die den ${}_{x+1}^x E_{t_1}^{t_2}$ beim Austritt noch am Alter $(x+1)$ fehlte.

Dann ist der genaue Wert der „Exposed to risk“:

$$R_{x+1}^x = V(x)_{t_1}^{t_2} + \Sigma \delta N + \Sigma \delta n - (\Sigma \delta r + \Sigma \delta R).$$

Bis auf den Namen benutzt also Woolhouse als Divisor des Sterblichkeitsquotienten das nämliche, was Knapp als solchen zu benutzen gelehrt hat, die von der Gesamtheit zwischen den Zeit- und Altersgrenzen verlebte Zeit — mit der einzigen Ausnahme, daß die in dem Altersjahr Sterbenden so behandelt werden, als hätten sie bis zum Ende des Jahres gelebt. Auch bei ihnen die verlebte Zeit in Anschlag

1) A. a. O. Seite 96 und 97.

zu bringen, diese letzte Konsequenz ist erst von Knapp gezogen worden.

Woolhouse hat hiernach ein völlig klares Bild von der Lagerung des Beobachtungsmaterials in ihrer natürlichen, von Fiktionen unveränderten Gestalt, — was ihm beim Mangel aller Hilfsmittel der graphischen Darstellung, welche uns jetzt dies Bild so viel leichter in die Vorstellung bringen, um so höher anzurechnen ist. Doch benutzt er dies Bild nur gewissermaßen zur Beruhigung seines theoretischen Scharfsinnes; für die Praxis erklärt er solche Genauigkeit der Beobachtung ausdrücklich für überflüssig und die gewöhnlichen Fiktionen für eine genügende Annäherung. Die Aufgabe, die gewonnene theoretische Einsicht auch in einem vernünftigen praktischen Verfahren zur Geltung zu bringen, hat Woolhouse noch nicht gelöst.

Kehren wir nach diesem Ausblick auf die Theorie zu den Tafeln der 17 Gesellschaften zurück, so bleibt uns noch zu untersuchen, welche Bedeutung die Resultate denn in Wahrheit, ohne die Altersfiktionen, haben.

Vergegenwärtigen wir uns, was die bei den einzelnen „laufenden Altern“ gemachten Einträge in Wahrheit bedeuten. Nehmen wir auf der im I. Anhang unter Nr. 11 mitgetheilten Tafel z. B. das Alter „25“ heraus, so bedeutet die Zahl „381“ unter der Ueberschrift „Entered“: daß in die Gesamtheit 381 Personen (so will ich ungenau sagen statt Policen) im Alter 24 bis 25 eingetreten sind. Die Zahl „88“ dagegen unter der Rubrik „Existing etc.“ bezeichnet diejenigen, welche

- 1) an den Endterminen noch versichert,
- 2) in einem solchen Alter x bis $(x+1)$ und einem solchen Kalenderjahre eingetreten waren, daß die Differenz n zwischen der Ordnungszahl dieses Kalenderjahres und derjenigen des Kalenderjahres, dem der Endtermin angehört, zu dem Alter $(x+1)$ addiert 25 ergibt.

Ferner ist die notwendige und ausreichende Bedingung dafür, daß ein Fall in der Zahl „95“ unter der Ueberschrift „Discontinued“ inbegriffen ist:

- 1) daß der Versicherte zu Lebzeiten ausgetreten sei,
- 2) daß der Austritt in einem solchen Kalenderjahr erfolgt sei, dessen Ordnungszahl von derjenigen des Eintrittskalenderjahres um eine Zahl n differiert, die, zur oberen Grenze des Eintrittsalters addiert, 25 ergibt.

Ersetzt man hierin den Begriff des Austrittes durch den des Todes, so erhält man die Definition des Eintrages „6“ unter der Ueberschrift „Died“.

Alles dies ergibt sich, wenn man die Fiktionen (s. oben S. 55 u. 56) auflöst.

Nun berechnen die 17 Gesellschaften, wie wir sahen ¹⁾, die Sterblichkeit im fiktiven Alter 24 bis 25 nach der Formel:

1) Siehe oben Seite 58 und 59.

$${}_{24}^{25}\mu = \frac{{}_{24}^{25}M}{V(24) + \frac{1}{2} \left[{}_{24}^{25}I - {}_{24}^{25}E \right]}$$

(die Indices des Alters bezeichnen die fiktiven Alter; die Indices der Zeit, t_1 und t_2 , lasse ich der Kürze wegen fort).

Darin ist nur die Größe $V(24)$ noch zu definieren.

Unter der Größe $V(1)$ versteht Woolhouse nach seiner Angabe die Differenz:

$$V(1) = {}_0^1I - \left[{}_1^1V(t_2) + {}_0^1E + {}_0^1M \right].$$

Bei der zuvor angegebenen wahren Bedeutung der Größen auf der rechten Seite der Gleichung erhellt, daß $V(1)$ diejenigen von der Summe ${}_0^1I$ sind, die den auf ihren Eintritt folgenden Neujahrstag überlebt, oder mit anderen Worten das zweite Kalenderjahr ihrer Mitgliedschaft angetreten haben.

Ferner ist:

$$V(2) = V(1) + {}_1^2I - \left[{}_2^2V(t_2) + {}_1^2E + {}_1^2M \right]$$

Die Klammer [] enthält laut Definition die Summe derjenigen Austritte aus der Beobachtung, welche erfolgt sind:

- a) unter den 0- bis 1-jährig Eingetretenen nach Erleben des ersten und vor Erleben des zweiten auf den Eintritt folgenden Neujahrstages,
- b) unter den 1- bis 2-jährig Eingetretenen vor Erleben des ersten Neujahrstages nach dem Eintritt.

Bezeichnet man die unter a und b genannten Größen kurz mit a und b , so ergibt sich:

$$V(2) = \{ V(1) - a \} + \{ {}_1^2I - b \}$$

und das heißt bei der wahren Bedeutung von $V(1)$: die Größe $V(2)$ besteht aus

- 1) denjenigen ${}_0^1I$, welche den zweiten, und
 - 2) denjenigen ${}_1^2I$, welche den ersten
- auf den Eintritt folgenden Neujahrstag als Versicherte erlebt haben.

Ebenso findet man, daß die Größe $V(3)$ besteht aus

- 1) denjenigen ${}_0^1I$, welche den dritten,
 - 2) denjenigen ${}_1^2I$, welche den zweiten,
 - 3) denjenigen ${}_2^3I$, welche den ersten
- Neujahrstag nach dem Eintritt als Versicherte erlebt haben.

Oder endlich in unserem Beispiel umfaßt die Zahl $V(24)$

- 1) diejenigen ${}_0^1I$, welche den vierundzwanzigsten,

2) diejenigen ${}^2_1 I$, welche den dreiundzwanzigsten,

.

23) diejenigen ${}^{23}_{22} I$, welche den zweiten,

24) diejenigen ${}^{24}_{23} I$, welche den ersten

Neujahrstag nach dem Eintritt als Versicherte erlebt haben.

Die Größen ${}^{25}_{24} E$ und ${}^{25}_{24} M$ nun umfassen die sämtlichen Austritte und Todesfälle, welche vorkamen

entweder unter den $V(24)$ in denjenigen Kalenderjahren, an deren Neujahrstagen sie gezählt sind,

oder aber unter den ${}^{25}_{24} I$ im Kalenderjahre ihres Eintrittes.

Beide Gruppen, ${}^{25}_{24} E$ und ${}^{25}_{24} M$, haben durchschnittlich nur die Hälfte des Kalenderjahres, in dem sie gezählt sind, durchlebt. Ebenso ist es mit den ${}^{25}_{24} I$. Dagegen haben die ${}^{25}_{25} V(t_2)$ stets das ganze letzte Kalenderjahr durchlebt, weil ja der Endtermin stets ein 31. Dez. war.

Demnach nun erscheint der Nenner

$$V(24) + \frac{1}{2} \left[{}^{25}_{24} I - {}^{25}_{24} E \right]$$

des Woolhouse'schen Sterblichkeitsquotienten als eine Schätzung der von den Gesamtheiten $V(24)$ und ${}^{25}_{24} I$ während derjenigen Kalenderjahre, in welchen sie gezählt sind, verlebten Zeit. Diese Schätzung hat nur den praktisch unerheblichen Mangel, daß die Verstorbenen so behandelt sind, als wären sie alle am Ende des betreffenden Kalenderjahres verstorben.

Die angebliche Messung der Sterblichkeit aller der Tafel zu Grunde liegenden Policen ist also in Wahrheit eine praktisch ausreichende Schätzung der Sterblichkeit der unter $V(24)$ und ${}^{25}_{24} I$ begriffenen Gesamtheit je während des Kalenderjahres, in dem jedes Mitglied gezählt ist.

Man macht sich diese so überaus unanschaulichen Begriffe am besten klar durch die graphische Darstellung. Im II. Anhang, Fig. 5, findet sich eine Kette von Rechtecken gezeichnet, in welchen sämtliche angeblich im Alter 24 bis 25 gesammelten Erfahrungen liegen müssen (aber nicht alle in diesen Rechtecken liegenden Erfahrungen sind in denen des fiktiven Alters 24 bis 25 inbegriffen).

Bezüglich des Alters, dem die Erfahrungen entstammen, verhalten sich die Gruppen $V(24)$ und ${}^{25}_{24} I$ verschieden. Die $V(24)$ können, wie man leicht nachrechnet, an den Neujahrstagen, für welche sie gezählt

sind, 23 bis 25, am Ende des Beobachtungs-Kalenderjahres also 24 bis 26 Jahre alt gewesen, die an ihnen gemachten Erfahrungen somit den Altern 23 bis 26 entnommen sein. Die ${}_{24}^{25}I$ dagegen sind am Ende des Beobachtungsjahres höchstens 26 Jahre alt gewesen, haben folglich nur aus den Altern 24 bis 26 Erfahrungen liefern können.

Wie in einem früheren Fall, bei Deparcieux, so können wir auch bei dieser Auswahl eine gewisse Bevorzugung der Erfahrungen aus den mittleren Altersstrecken erkennen, doch läßt sich das Maß dieser Bevorzugung hier weniger leicht ermitteln. Es genügt aber auch, daß wir über die wahre Bedeutung der Sterblichkeitsmessung unserer Tafeln zu dem Resultat gekommen sind:

Die angeblich im Alter x bis $(x+1)$ beobachteten verlebten Jahre und Todesfälle sind in Wahrheit blind einander zugeordnete Massen von verlebten Jahren und Todesfällen aus der Altersstrecke $(x-1)$ bis $(x+2)$, vorzugsweise aber aus deren mittleren Teilen.

So viel über diejenigen von den 17 Gesellschaften hergestellten Tafeln, die sich auf Material gründen, das unter Leitung des Actuaries-Ausschusses aufbereitet wurde. Es erübrigen noch wenige Worte über die Tafeln, deren Material der Centralstelle bereits in halb oder ganz bearbeiteter Form zuing. Ueber dieses Material wird uns nur wenig mitgeteilt: es umfaßte 43 289 Policen; diese ließen sich nicht nach den Geschlechtern scheiden, sondern die einzig mögliche Klassifikation war die in „Stadt“- und „Land“-Bewohner. Innerhalb dieser Wohnortsklassen wurde dann aus dem Material jeder einzelnen Gesellschaft nach einer dem besonderen Bedürfnis angemessenen Methode — die nicht mitgeteilt wird — die Zahl der in jedem Altersjahre dem Sterbensrisiko Ausgesetzten und die der Verstorbenen ermittelt. Diese Zahlen wurden dann mit den entsprechenden der anderen Tafeln zusammengeworfen, einmal die Stadtbewohner allein ¹⁾ und dann alle ohne Unterschied ²⁾, um eine Gesamterfahrung an 83 905 Policen zu erzielen.

Der wissenschaftlichen Kritik haben die 17 Gesellschaften nur auf weit bescheidenerem Material beruhende Messungen zugänglich gemacht — jene auf 40 616 Policen sich stützenden Tafeln, deren Herstellung aus dem Urmaterial sie genau angeben. Die für die damalige Zeit imposante Ausdehnung auf fast 84 000 Policen ist einem Endergebnis zu Gute gekommen, das sich jeder Beurteilung entzieht. Nur so viel läßt sich sagen, daß, wenn man auch den Kalkulatoren eine

1) Combined Town Experience. Table E. — Shewing four times the number exposed to the risk of mortality, and four times the number of deaths in each year, . . . — deduced from Tables B (1), B (4), and other Town Experience, which together comprise 48 702 Assurances.

2) General Experience. Table F. — Shewing four times the number exposed to the risk of mortality, and four times the number of deaths in each year; — deduced from the total Experience, which comprise 83 905 Assurances.

leidlich richtige Ermittlung der Sterblichkeit unter dieser Gesamtheit zutrauen wollte, dennoch der Mangel der so wichtigen Unterscheidung der Geschlechter den Wert der Messung für Zwecke der Vergleichung oder der Versicherungstechnik etc. erheblich herabdrücken würde — und zwar wohl unter denjenigen der anderen, nur auf 40 616 Policen beruhenden, aber die Geschlechter sondernden Beobachtung.

Fragen wir nun zum Schluß nach der Stellung der unserer Beurteilung zugänglichen Sterblichkeitsmessung der 17 Gesellschaften innerhalb des Entwicklungsganges, den zu verfolgen wir uns bemühen, so müssen wir zunächst an zwei sehr offenkundige Mängel erinnern. Der erste ist die Beobachtung von Policen statt Personen mit ihrem doppelten schädlichen Einfluß: einmal auf das numerische Ergebnis der Messung, und sodann auf die Sicherheit unseres Urteils über die Größe des Materials, mithin über die Zuverlässigkeit des Resultates. Schon Finlaison haben wir vor diesem Fehler warnen hören, — daß die 17 Gesellschaften ihn doch begingen, lag an der noch mangelhaften Organisation des Zusammenarbeitens, wie wir sahen.

Der andere große Mangel ist die Art der Altersberechnung. Jede Altersfiktion erniedrigt die beabsichtigte Messung der Sterblichkeit zwischen bestimmten Altersgrenzen zu einer Schätzung derjenigen zwischen weiteren Altersgrenzen. Ist die Ersetzung der Messung durch Schätzung in jedem Fall eine Verschlechterung, so begründet doch unter verschiedenen Schätzungsergebnissen die Weite der Altersgrenzen, für welche ein jedes gilt, noch einen Unterschied des Wertes. Das haben wir schon bei Galloways zweiter Tafel erörtert. Je weiter der Altersspielraum, für welche die Sterblichkeit geschätzt ist, abweicht von demjenigen, für welchen sie gemessen werden sollte, desto geringer ist offenbar die Wahrscheinlichkeit der Uebereinstimmung beider Resultate. Wir haben Berechnungen kennen gelernt¹⁾, welche, statt die Sterblichkeit im Alter x bis $(x+1)$ zu messen, diejenige zwischen $(x-\frac{1}{2})$ und $(x+\frac{3}{2})$ schätzten. Die Tafeln der 17 Gesellschaften aber schätzen die Sterblichkeit für den 3-jährigen Altersspielraum von $(x-1)$ bis $(x+2)$, anstatt sie für den einjährigen x bis $(x+1)$ zu geben.

In dieser Hinsicht haben wir also in dem Verfahren der 17 Gesellschaften sogar einen Rückschritt zu verzeichnen. Leider hat es außer in anderen Stücken auch gerade darin Nachahmung gefunden, wie wir bald sehen werden.

Diesen Mängeln stehen aber auch Verdienste gegenüber. Vor allem das, durch das Beispiel eine Anregung gegeben zu haben zur Kombination der Erfahrungen. Viel mehr als eine Anregung in diesem

1) Vgl. Brune, sowie Galloways erste Tafel.

Sinne ist das Vorgehen der 17 Gesellschaften ja nicht gewesen; es muß zweifelhaft erscheinen, ob die Erfahrungen derselben an 40 000 Policen erheblich wertvoller waren als die Finlaisons an 22 000 Personen. Aber den Weg gewiesen zu haben, auf dem man fortschreiten mußte, das ist bereits eine anerkennenswerte Leistung. — Ferner aber ist hervorzuheben der von Woolhouse vollzogene und teilweise auf die praktische Rechentechnik der 17 Gesellschaften übertragene Fortschritt in der Theorie des Bevölkerungswechsels innerhalb einer nach dem Alter und nach der Zeit abgegrenzten Gesamtheit, wie sie von Knapp später allgemein entwickelt ist. Auch diese Errungenschaft des Werkes der 17 Gesellschaften ist den späteren Arbeiten unverloren geblieben.

Kapitel VI.

Die Tafeln der 20 britischen Gesellschaften.

I. Das von den 17 Gesellschaften gegebene Beispiel der Kombination der Sterblichkeitserfahrungen mehrerer Versicherungsanstalten stellte die Vorzüge dieses Verfahrens in so helles Licht, daß man von dieser Zeit an die Sterblichkeitsmessung mehr und mehr auf derartig großes, nur auf dem Wege solcher Vereinigung zu gewinnendes Material konzentrierte. Zwar wurden auch noch gelegentlich die Erfahrungen einzelner Institute verwertet: so veröffentlichte, wie bereits erwähnt, im Jahre 1860 A. G. Finlaison die Erfahrungen an den „Government Annuitants“, d. h. den Tontinen- und anderen Staatsrentnern, fast 27 700 an Zahl; ferner 1861 W. Spens die Erfahrungen der „Scottish Amicable Life Assurance Society“¹⁾, gemacht an 10 255 Personen, von denen 773 verstorben waren. Indessen verschwindet dieser Umfang des Materials doch gegenüber demjenigen späterer Beobachtungen auf Grund kombinierter Erfahrung, und da jene Messungen auch in ihrer Methode keinerlei wesentlichen Fortschritt theoretischer Natur aufweisen, so gehören sie nicht zu den Meilensteinen des Weges, den die Entwicklung der Sterblichkeitsmessung genommen hat, und haben also keinen Anspruch auf eingehendere Besprechung in diesem Zusammenhange.

1) Tables of the mortality experience of the Scottish Amicable Life Assurance Society from 1826 to 1860. Glasgow 1861.

Der Zeit nach die nächste Tafel, die diesen Anspruch hat, ist die von 20 englischen Gesellschaften im Jahre 1869 veröffentlichte ¹⁾.

Sie zeigt gegenüber der Tafel von 1843 einen wesentlichen Fortschritt in der Organisation des Zusammenarbeitens der einzelnen Versicherungsanstalten. Dieser ist ohne Zweifel zu verdanken der korporativen Vereinigung, welche die technischen Leiter jener Institute seither gebildet hatten: in England in dem 1849 gegründeten „Institute of Actuaries“ zu London, in Schottland in der „Faculty of Actuaries“ einerseits und in der „Association of the managers of the Scottish Life Assurance Offices“ andererseits, beide zu Edinburg. Zwischen diesen Korporationen ließ sich verhältnismäßig leicht ein zweckentsprechender Arbeitsplan vereinbaren, der seinen Ausdruck fand in den von jeder einzelnen Versicherungsgesellschaft über jeden Versicherten in die Zählformulare einzutragenden Angaben. Als Zählformular diente — hier zuerst in einer Untersuchung großen Maßstabes — die Zählkarte in dem jetzt üblichen Sinn dieses Wortes.

Die Zählkarte der 10 englischen Gesellschaften unterschied sich von der der 10 schottischen, die ihre Beobachtungen beisteuerten, und zwar so, daß die schottische Karte alle wesentlichen Angaben der englischen auch enthielt, außerdem aber noch einige andere. Die englische Karte enthielt an Angaben, die für die Untersuchung wesentlich geworden sind:

- 1) den Namen des Versicherten;
- 2) sein Geschlecht;
- 3) einen Vermerk, ob der Versicherte bei Ausfertigung der Police „gesund“ oder „kränklich“ (healthy, diseased) war;
- 4) das Kalenderjahr des Eintrittes;
- 5) das Kalenderjahr des Austrittes oder Todes, falls solcher sich ereignet hatte;
- 6) das Alter beim Eintritt, d. h. die Ordnungszahl des Lebensjahres, in dem der Versicherte beim Eintritt stand;
- 7) die Mitteilung, ob der Betreffende vor dem Endtermin der Beobachtung zu Lebzeiten oder durch Tod ausgeschieden, oder aber an diesem Endtermin (31. Dezember 1862) ²⁾ noch versichert war;
- 8) in den Fällen, wo andere Umstände als Gesundheitsverhältnisse (Klima des Wohnortes, Berufsgefahr etc.) eine Prämienerrhöhung zur Folge gehabt hatten, eine Notiz dieser Thatsache.

Die schottische Karte forderte außerdem unter anderem: genaues Datum der Geburt, des Eintrittes und des Austrittes.

Aus den Instruktionen zur Ausfüllung der Zählkarten ist hierzu noch zu bemerken, daß unter „Kränklichen“ diejenigen verstanden werden sollten, deren Prämie wegen Krankheit oder Neigung dazu beim Ab-

1) The mortality experience of life insurance companies, collected by the Institute of Actuaries. London, 1869.

2) Entgegen dieser Instruktion sind die Beobachtungen, wie an anderen Stellen mitgeteilt wird, von den meisten Gesellschaften bis zum 31. Dezember 1863 fortgeführt worden.

schluß des Versicherungsvertrages erhöht war; ferner, daß bei jeder Person eine Karte für je eine kontinuierliche Risikoperiode ausgestellt werden sollte (mehrere Versicherungen für die gleiche Zeit daher als eine einzige zu behandeln waren).

Die größere Reichhaltigkeit der schottischen Karte wurde in der Weise ausgenutzt, daß die Kommission, die mit der Leitung der Arbeit in Schottland betraut war, zuerst ihr Material völlig verarbeitete, und es dann zur Kombination mit dem englischen der Kommission des Institute of Actuaries in London einsandte. Somit ist das schottische Material zweimal verwertet worden.

II. Wir wenden uns zunächst zu dem Hauptwerk, der von dem Institute of Actuaries geleiteten Darstellung der Erfahrungen von 20 britischen Gesellschaften.

Der erste Schritt der Arbeit war die Sicherung gegen den einen der Fundamentalfehler, die den Tafeln der 17 Gesellschaften anhafteten: man schied die mehrfachen Versicherungen der nämlichen Person während der nämlichen Zeit aus. Die Handhabe dazu hatte man in den angegebenen Namen der Versicherten sowie in zweiter Linie — bei den schottischen Karten wenigstens — in dem Geburtsdatum. Indem man so für jede zusammenhängende Zugehörigkeit der nämlichen Person zu irgend einer der 20 Gesellschaften nur eine Zählkarte zuließ, gleichviel wie oft während der Frist diese Person von einer Gesellschaft zur anderen übergegangen sein mochte, oder wie oft sie gleichzeitig bei mehreren Gesellschaften versichert war, vollzog man einen wesentlichen Fortschritt gegenüber den 17 Gesellschaften.

Es stellte sich nach dieser Reduktion des Materials heraus, daß der Beobachtung unterlagen im Ganzen: 160426 Personen, wovon 26721 verstarben. Die Zahl der eingelieferten Zählkarten wird von den Kalkulatoren auf über 180000 geschätzt, die Zahl der mehrfachen gleichzeitigen Versicherungen bei verschiedenen Gesellschaften betrüge demnach rund 20000, oder $\frac{1}{9}$, der sämtlichen Zählkarten. Rechnet man dazu noch die mehrfachen Versicherungen, die schon seitens der einzelnen Gesellschaften eliminiert sein mögen, so gewinnt man eine annähernde Schätzung der Größe des durch diese Reduktion vermiedenen Fehlers.

Das so bestimmte Material wurde nun qualitativ vierfach geteilt in:

- 1) gesunde Männer,
- 2) gesunde Frauen,
- 3) Kränkliche beider Geschlechter,
- 4) Männer und Frauen, die wegen des Klimas, ihrer Beschäftigung etc. besonderen Gefahren ausgesetzt waren.

Innerhalb der ersten 3 Gruppen wurde nun ganz nach dem Beispiel der 17 Gesellschaften verfahren: man bildete Eintrittsaltersklassen, berechnete für jeden ein fiktives Alter beim Austritt aus der Beobachtung (aus Eintrittsalter und Differenz der Ordnungszahlen der Kalenderjahre des Aus- und Eintrittes) und ordnete die Eintrittsaltersklassen in Klassen solcher, die im gleichen fiktiven Alter verstorben,

ausgetreten, unter Beobachtung verblieben waren ¹⁾). In einer zweiten Serie von Tafeln ²⁾) beantwortete man die Frage, wie viele ohne Rücksicht auf das Eintrittsalter in jedem fiktiven Alter in die Beobachtung ein- und aus der Beobachtung ausgetreten seien — diese Angabe machte man auch für die vierte Gruppe (Extra Risk), die man bei der ersteren Klassifizierung (wegen geringer Zahl) außer Acht gelassen hatte.

Ueber die Interpretation dieser Tafeln, von deren erster eine Probe im Anhang mitgeteilt ist ³⁾), bleibt wenig zu sagen, nachdem ihr Prinzip an den Tabellen B(1) bis B(6) der 17 Gesellschaften erörtert ist. Nur die Spalte „Lebende“ (Lived) ist uns neu. Sie giebt an, wie viele Aufenthalte in dem betreffenden Altersjahr überhaupt vorgekommen sind, und ist gefunden durch Addition der in dem Altersintervall x bis $(x+1)$ Eingetretenen zu der Zahl der das Alter x Ueberlebenden. Diese Angabe der Gesamtzahl derer, unter denen die Abgänge eines Altersjahres vorgefallen sein müssen, ist gewiß aus Gründen der Uebersichtlichkeit ganz empfehlenswert, aber für die weitere Rechnung nicht notwendig.

Die Berechnung der Sterblichkeit ist doppelt durchgeführt: einmal für jede Eintrittsalterklasse ⁴⁾), und sodann für die summarischen Tafeln ⁵⁾).

Für die im Alter x bis $(x+1)$ Eingetretenen gestaltet sich die Berechnung so. Die Hälfte der Eingetretenen, vermindert um die Hälfte der fiktiv x - bis $(x+1)$ -jährig lebend Ausgetretenen, gilt als Zahl der während des ersten Versicherungsjahres dem Sterbensrisiko Ausgesetzten, ihr Verhältnis zu den fiktiv x - bis $(x+1)$ -jährig Verstorbenen als die Sterblichkeit dieser Eintrittsalterklasse während des ersten „Versicherungsjahres“. Diejenigen, die das fiktive Alter $(x+1)$ überschreiten, vermindert um die halbe Zahl der zwischen den Altern $(x+1)$ und $(x+2)$ lebend Ausgetretenen, ergeben die aus dieser Eintrittsalterklasse während der Altersstrecke $(x+1)$ bis $(x+2)$, oder, was als gleichbedeutend behandelt wird, während des zweiten „Versicherungsjahres“, unter Risiko Stehenden u. s. w.

Aus den summarischen Uebersichten sind die Zahlen derer, die dem Sterbensrisiko ausgesetzt waren, berechnet worden nach der Formel:

$${}^{x+1}_x R = {}^{x+1}_x L - \frac{1}{2} \left({}^{x+1}_x I_{t_1}^{t_2} + {}^{x+1}_x E_{t_1}^{t_2} \right),$$

wo ${}^{x+1}_x L$ den Eintrag in der Spalte „Lived“ gegenüber dem „laufenden“ Eintrittsalter $(x+1)$ bezeichnet und der Gleichung genügt:

1) Tables of Observations No. 1, 2, 3.

2) A. Summary of Table of Observations Nr. 1. B. Summary of Table of Observations No. 2. C. Summary of Table of Observations Nos. 1 and 2. D. Summary of Table of Observations No. 3. E. Summary of Observations — Lives exposed to extra risk from climate and occupation — Male and Female.

3) Siehe I. Anhang, Nr. 12.

4) A. a. O. Tab. HM — Healthy Lives, Male. Tab. HF — Healthy Lives, Female. Tab. HMF — Healthy Lives, Male and Female. Tab. DMF — Diseased Lives, Male and Female.

5) Summaries HM, HF, HMF, DMF, EMF.

$${}^{x+1}_x L = V(x) {}^{t_2}_{t_1} + {}^{x+1}_x I^{t_2}_{t_1}.$$

Mit Benutzung dieses Wertes erhalten wir als unter Risiko Stehende

$${}^{x+1}_x R = V(x) {}^{t_2}_{t_1} + \frac{1}{2} ({}^{x+1}_x I^{t_2}_{t_1} - {}^{x+1}_x E^{t_2}_{t_1})$$

— ganz wie bei den 17 Gesellschaften.

Der Sterblichkeitsquotient bestimmt sich natürlich als

$${}^{x+1}_x \mu = \frac{{}^{x+1}_x M}{{}^{x+1}_x R}.$$

Nachdem wir die Eigenschaften der diesen Tafeln zu Grunde liegenden Fiktionen bereits an dem Werke der 17 Gesellschaften kennen gelernt haben, wäre es ermüdend, hier nochmals der endlosen Begriffsverwirrung — zwischen 1) dem Erleben einer gewissen Anzahl Neujahrstage, 2) dem Erreichen eines gewissen Alters, 3) dem Ueberleben einer gewissen Anzahl Versicherungsjahre — nachzugehen, welche in dieser Rechnungsweise zu Tage tritt und ihre Resultate zu unkontrollierbaren Schätzungen dessen, was sie zu sein vorgeben, erniedrigt.

Es bleibt uns noch eine letzte Reihe von Tafeln zu erwähnen, welche der Ausschuß des Institute of Actuaries aus den Urbeobachtungen abgeleitet hat ¹⁾. Es ist darin die erste auf großem Material beruhende zahlenmäßige Untersuchung des Einflusses der Selektion auf die Sterblichkeit niedergelegt. Um freilich die Frage in der Weise zu beantworten, wie sie zuerst von Morgan aufgestellt war, dazu war das Material auch in diesem Falle noch zu klein, und man veränderte daher die Fragestellung sachgemäß. Sie lautete: wie viele waren während eines 5-jährigen Altersspielraumes, z. B. im Alter 20 bis 25, der Sterbensgefahr ausgesetzt, während sie gleichzeitig im ersten Kalenderjahre ihrer Mitgliedschaft standen, und wie viele starben von ihnen? Wie viele standen in derselben Altersstrecke während des zweiten Kalenderjahres ihrer Mitgliedschaft unter Risiko, und wie viele von ihnen starben? Und so fort für die verschiedenen Kalenderjahre der Mitgliedschaft.

Durch die Erweiterung der betrachteten Altersstrecken von einem auf 5 Jahre gewann man die nötige Größe des Beobachtungsmaterials. Indessen hat die praktische Beantwortung dieser theoretisch klar formulierten Frage natürlich wieder unter den Altersfiktionen zu leiden gehabt, da man ja die verlebte Zeit nach dem Alter überhaupt nicht ermittelt hatte. Ferner hat es weniger Interesse, zu wissen, welche Erfahrungen in dem Alter x bis $(x + 5)$ während des 1., 2., 3. . . . Kalenderjahres der Mitgliedschaft, als vielmehr, welche in jenem Alter bei 0- bis 1-, 1- bis 2-, . . . jähriger Versicherungsdauer gemacht sind. Denn man weiß ja aus der Geschäftspraxis, daß gerade bei zurückgelegten vollen Versicherungsjahren (bei Fälligkeit einer neuen Prämien-

1) A. a. O. Tabb. HM Nr. 2, HF Nr. 2, HMF Nr. 2, DMF Nr. 2.

zahlung) die Austritte der Gesunden stattzufinden pflegen, daß also von diesem Stadium an die Aenderung in der Sterblichkeit sichtbar werden muß. Sammelt man dagegen, wie die Urheber unserer Tafel, die Erfahrungen aus je einem Kalenderjahre, so muß sich dieser Unterschied zum Teil verwischen.

Immerhin bleibt es ein Verdienst unserer Tafel, die Verschiedenheit der Sterblichkeit nach der Versicherungsdauer zuerst schätzungsweise erschlossen zu haben.

Das Gesamturteil über die Leistung der 20 Gesellschaften wird dahin gehen müssen, daß sie einen erheblichen Fortschritt gegenüber derjenigen der 17 Gesellschaften bezeichnet durch die Beobachtung von Personen statt der von Policen, und durch die Ausdehnung des Beobachtungsmaterials auf einen bis dahin unerhörten Umfang. Dagegen teilt sie mit ihrer Vorgängerin noch den einen großen Mangel, daß sie statt der Messung der Sterblichkeit in einjährigen Altersstrecken eine Schätzung derselben für 3-jährige liefert.

III. Es bleibt uns noch die Verarbeitung des schottischen Materials kurz zu charakterisieren.

Sie hat fast ausschließlich in den Händen von James Meikle ge- ruht. Derselbe hat Auskunft über sein Werk an 3 verschiedenen Stellen gegeben: 1867 in einem Aufsatz über die Sterblichkeitsermittelung aus Versicherungsmaterial¹⁾, 1869 in einem Bericht des mit der Verarbeitung des schottischen Materials betrauten Komitees an seine Auftraggeber²⁾, endlich 1872 in einer eigenen Studie über die Sterblichkeit unter Versicherten³⁾.

Wir erfahren aus diesen Quellen, daß das schottische Material 115 254 Policen umfaßte, die sich auf 94 749 Personen reduzierten, von denen 12 443 während der Beobachtungszeit starben; — das schottische Material machte also etwa die Hälfte des von den 20 Gesellschaften überhaupt verarbeiteten aus.

Im übrigen ist die Bearbeitung nach genau denselben Prinzipien erfolgt, wie die der Gesamterfahrung, insbesondere sind auch nicht — was man bei der Gestalt der schottischen Zählkarte erwarten sollte — die exakteren Mitteilungen über Eintrittsalter sowie Datum des Ein- und Austrittes benutzt worden zu einer Klassifizierung der einzelnen Ereignisse nach dem wirklichen Alter, sondern es wird mit genau den nämlichen Fiktionen operiert, wie von dem Ausschuß des Institute of Actuaries.

Meikle hat an seinem Material mit Eifer und Gründlichkeit den Einfluß verschiedener Merkmale auf die Sterblichkeit studiert: so vor allem den der Selektion, sodann den der Gewinnbeteiligung der Versicherten, ferner die relative Häufigkeit der Todesursachen u. s. w.

1) Journal of the Inst. of Act. Vol. XIII, Part V (April 1867), S. 261 ff.

2) Report by the Joint Committee appointed by the Managers' Association . . and the Faculty of Actuaries . . . May 1869.

3) Observations on the rate of mortality of assured lives . . by J. Meikle, Edinburg und London 1872.

Alle diese Untersuchungen legen ein ehrenvolles Zeugnis ab für den wissenschaftlichen Sinn des Autors, sie harmonieren mit dem Motto:

I watch the wheels of Nature's mazy plan
And learn the future by the past of Man,
das er seiner letztgenannten Arbeit voranschickt; — aber irgend einen wesentlichen methodologischen Fortschritt enthalten sie nicht, so daß wir hier nicht näher darauf eingehen können.

Kapitel VII.

Die Tafeln der 30 amerikanischen Gesellschaften.

Die von dem Institute of Actuaries veranstaltete Ermittlung der Sterblichkeit, sowie die in dessen „Journal“ gegebenen theoretischen Erörterungen der dahin gehörigen Probleme dienten zur Richtschnur für ein neues großes Unternehmen auf diesem Gebiete, das jenseits des Oceans ins Werk gesetzt wurde.

Das amerikanische Analogon des Institute of Actuaries, die „Chamber of Life Insurance“, ernannte ein Komitee zur Ermittlung der Sterblichkeit unter den Angehörigen amerikanischer Versicherungsanstalten. 30 Gesellschaften erklärten sich bereit, ihre Erfahrungen beizusteuern, und das Resultat der alles Bisherige an Umfang übertreffenden Arbeit wurde 1881 veröffentlicht¹⁾.

Die Untersuchung umfaßt die Erfahrungen der 30 Gesellschaften von Anfang ihres Geschäftsbetriebes an bis zum 31. Dezember 1874, nämlich Erfahrungen an 1 027 529 Zählkarten, wovon 46 543 den Tod der Personen, auf die sie lauteten, meldeten.

Man kann vorsichtigerweise nur von Zählkarten als dem Objekt der Untersuchung der amerikanischen Actuaries sprechen, nicht von Personen oder Policen. Die Merkmale, welche gewisse Erfahrungen an einer Person zur Aufnahme in eine oder mehrere Zählkarten bestimmten, sind ganz neuer Art. Es werden uns dafür 2 lehrreiche Beispiele gegeben²⁾. Eine Person erhielt in den Jahren 1860 bis 1865 eine sogen. „abgekürzte Versicherung“ (endowment policy)³⁾ in Kraft im Betrage von 5000 \$, darauf war sie vom Jahre 1865 ab mit dem

1) System and Tables of Life Insurance. A treatise developed from the experience and records of 30 American Life Offices, under the direction of a committee of actuaries. By Levi W. Meech, actuary in charge. — Published by subscription (for additional copies, address the actuary in charge, Norwich, Conn.).

2) Seite 22 des citierten Werkes.

3) Ich konnte leider nicht ganz sicher in Erfahrung bringen, ob der deutsche terminus technicus „abgekürzte Versicherung“ sich völlig mit dem englischen „endowment policy“ deckt.

nämlichen Betrage auf den Todesfall assekuriert, der 1872 eintrat. Diese Erfahrung wurde als eine einzige (von 1860 bis 1872 reichende) betrachtet, weil

- 1) die Aufgabe der alten und der Abschluß der neuen Police im nämlichen Kalenderjahre stattfand,
- 2) der versicherte (von der Gesellschaft riskierte) Betrag für die 12 Jahre der gleiche blieb.

Ein anderer war von 1860 bis 1866 mit \$ 3000 auf den Todesfall versichert, gab diese Police 1866 auf und ging statt ihrer im nämlichen Jahre eine „abgekürzte Versicherung“ im Betrage von \$ 2500 ein; die letztere endlich ersetzte er 1868 durch eine andere ihrer Art von \$ 800, welche im Jahre 1873 durch Tod erlosch. Für diese Beobachtung wurden 3 Zählkarten ausgestellt, die alle von der 1860 erfolgten ärztlichen Untersuchung ausgingen, nämlich

- 1) eine Karte über eine 1860 begonnene, 1873 durch Tod erloschene Versicherung im Betrage von 800 \$,
- 2) eine Karte über eine 1860 begonnene, 1868 bei Lebzeiten des Versicherten aufgebene, auf $\$ 2500 - 800 = 1700$ lautende Versicherung,
- 3) eine Karte über eine 1860 begonnene, 1866 bei Lebzeiten des Versicherten aufgebene, auf $\$ 3000 - 2500 = 500$ lautende Versicherung.

Hiernach ist die amerikanische Untersuchung nicht auf zeitlich zusammenhängende Erfahrungen an Personen gerichtet, sondern auf zeitlich zusammenhängende (genauer: durch keine zusammenhängende durch verschiedene Kalenderjahre sich erstreckende Zwischenzeit getrennte) Erfahrungen an gewissen versicherten Beträgen. Nicht ob Personen in die Beobachtung ein- oder ausgetreten seien, sondern ob und in welcher Höhe die Gesellschaften durch neue Versicherungen, durch Austritte oder durch Todesfälle Änderungen in der riskierten Versicherungssumme erfahren haben, darnach wird gefragt. — Die durch die beschriebenen Zählkarten repräsentierten Beobachtungen sind (ganz nach dem Beispiel der englischen Tafeln) geteilt in Eintrittsalterklassen, und jede Eintrittsalterklasse zerfällt wieder in Gruppen solcher, die im 1., 2., 3. . . . Kalenderjahre ihrer Mitgliedschaft ausgetreten, verstorben, am Ende der Beobachtung verblieben sind ¹⁾; — neu aber und ganz dem Interesse, das die Beobachtungseinheit definiert hat, entsprechend ist es, daß diesen Erfahrungen die entsprechenden Erfahrungen an den Geldsummen gegenübergestellt sind: man erfährt genau, wie viele Dollars in jeder Eintrittsalterklasse und im 1., 2., 3. . . . Kalenderjahre der Versicherung — der beteiligten Zählkarten — in das Risiko eingetreten, wie viele durch Abgang oder Tod daraus ausgeschieden, wie viele am Ende der Beobachtungszeit darunter verblieben sind ²⁾.

1) A. a. O. Tabb. I u. II.

2) Siehe die Probe unten im I. Anhang Nr. 13.

Indem so die Beobachtung des Dollars in seiner Eigenschaft als Risikoobjekt der Assecuradeure an die Stelle der Beobachtung menschlicher Lebensdauer tritt, beschreitet die statistische Forschung der Lebensversicherungsgesellschaften eine ganz neue Bahn. Sie wird zu einer rein kaufmännischen Kalkulation des erfahrungsmäßigen Gewinnes und Verlustes, wie sie von anderen Zweigen des Versicherungsgeschäftes, z. B. der Feuer- oder Unfallversicherung, längst betrieben wird. Möglich, daß auf diesem Wege das Geschäftsinteresse besser fährt, wenn es auch scheinen will, als ob die geschäftlichen Rechnungen sicherer auf die biologische Erscheinung der Sterblichkeit als auf die blinden Zufälle der Höhe der fällig gewordenen Versicherungssummen gestützt würden; — das mögen die Geschäftsleute entscheiden. Sicher aber ist, daß, wenn die geschäftliche Statistik der Lebensversicherungsgesellschaften allgemein diese Form annehmen sollte, daß dann die biologische Sterblichkeitsforschung keinen oder nur sehr wenig Nutzen mehr aus ihr ziehen kann. Denn es ist in der That unmöglich zu beurteilen, welcher numerische Unterschied bestehen mag zwischen dem Resultat der amerikanischen Zählung und demjenigen, das eine Beobachtung der entsprechenden Lebensdauern ergeben haben würde. Nur das läßt sich leicht einsehen, daß jene stattliche Zahl von mehr als einer Million einen Eintritt meldender Zählkarten eine ganz beträchtlich kleinere Anzahl wirklich eingetretener Personen repräsentieren wird.

Sehen wir nun, nach unserer bewährten Methode, einmal von diesem großen Mangel ab, um zu erkennen, was das in der Herstellung der Tafel befolgte Verfahren vielleicht sonst an erfreulichen Fortschritten aufzuweisen habe, so können wir leider wenig von solchen berichten.

Ein eigener Abschnitt der Einleitung des Werkes¹⁾ berichtet von einer größeren Anzahl von „Transformationen der Data“, die man habe vornehmen müssen, weil das von den einzelnen Gesellschaften gelieferte Material nicht alle die erforderlichen Urdata enthalten habe; — man schätzte dann die fehlenden Urdata, so gut es eben gehen wollte, nach den vorliegenden Mitteilungen. Wie diese Schätzungen angestellt wurden, soll hier nicht erörtert werden; es genügt, zu wissen, daß geschätzt wurde, daß nicht alle Data durch direkte Beobachtung gefunden sind. Einen wie großen Teil des gesamten Materials diejenigen Zählkarten ausmachten, für welche irgend ein Datum geschätzt werden mußte, das wird leider nicht gesagt.

Das Material ist zur Bestimmung der Sterblichkeit nur in 2 Klassen geteilt nach dem Geschlecht. Jede Klasse ist, wie erwähnt, untergeteilt ganz nach dem Muster der Tafeln des Institute of Actuaries. Nur sind die angegebenen Eintrittsalter anders zu interpretieren: als 20-jährig Eingetretene sind gezählt diejenigen, welche $19\frac{1}{2}$ bis $20\frac{1}{2}$ Jahre alt eingetreten sind, d. h. es ist stets dasjenige volle Alter angegeben, das von dem genauen Alter möglichst wenig abwich.

1) Part I, Division I, Section VI (S. 26).

Wenn nun für die fiktiv x -jährig Eingetretenen nach dem englischen Vorbilde berechnet wird, wie viele im n -ten Kalenderjahre ihrer Mitgliedschaft „unter Risiko standen“ bzw. verstarben, so ist das eine Summe von Erfahrungen aus den Altern $x - \frac{1}{2} + (n-2)$ exkl. bis $x + \frac{1}{2} + n$ (sobald $n > 1$), d. h. ebenfalls für einen 3-jährigen Altersspielraum wie bei den englischen Tafeln. Die Tab. I und II des amerikanischen Werkes geben nun im Summary A die aus den einzelnen Eintrittsaltersklassen in diesen Altersspielraum gelieferten Erfahrungen¹⁾ für die aus dem Alter $(x+n-\frac{3}{2})$ bis $(x+n-\frac{1}{2})$ stammenden Erfahrungen an. Ebenso irrig wie diese Meinung ist auch die daraus entsprungene andere, in den halben Summen der während zweier solcher fiktiver Altersjahre

$$x+n-\frac{3}{2} \text{ bis } x+n-\frac{1}{2}$$

und

$$x+n-\frac{1}{2} \text{ bis } x+n+\frac{1}{2}$$

Verstorbenen und „unter Risiko Stehenden“ eine richtige Schätzung der zwischen den wahren Altern

$$x+n-1 \text{ und } x+n$$

Verstorbenen und „unter Risiko Stehenden“ zu haben²⁾.

Man beobachtet manchmal am hohen Greisenalter geistige Mängel, die man sonst nur an Kindern zu sehen gewohnt ist. An diese Erscheinung gemahnt es uns, wenn wir in unseren amerikanischen Sterblichkeitstabellen, die zeitlich die vorletzte Stelle in der langen Reihe von ihresgleichen einnehmen, einem irrigen Gedankengang begegnen, den wir zuletzt in der frühesten Jugend unserer Disziplin, bei Deparcieux, zu konstatieren hatten. Deparcieux wollte die mittlere Lebensdauer dadurch finden, daß er die sämtlichen Kinder einer großen Zahl blind gewählter Mütter in ihrem Absterben bis zur Beobachtungszeit verfolgte, den zu dieser Zeit noch lebenden aber die nach Kerssebooms Tafel ihnen zukommende mittlere Lebenserwartung beilegte³⁾. Eine derartige Verquickung der Beobachtung von Thatsachen mit rein deduktiven Annahmen haben nun auch die amerikanischen Actuaries vorgenommen⁴⁾. Sie meinen, die Beobachtung sei noch nicht völlig in Ordnung, so lange man nicht wisse, was aus den am Endtermin (31. Dez. 1874) unter Beobachtung Verbliebenen geworden sei, d. h. in welchem Alter sie entweder lebend ausgetreten oder verstorben seien.

1) D. h.: aus dem Eintrittsalter x die Erfahrungen aus dem n -ten Kalenderjahre, aus dem Eintrittsalter $(x-1)$ die Erfahrungen aus dem $(n+1)$ -ten Kalenderjahre, aus dem Eintrittsalter $(x-2)$ die Erfahrungen aus dem $(n+2)$ -ten Kalenderjahre u. s. w.; ferner aus dem Eintrittsalter $(x+1)$ die Erfahrungen aus dem $(n-1)$ -ten Kalenderjahre u. s. w.

2) Tab. III A und IV A.

3) Siehe oben S. 20 und 21.

4) A. a. O. Part I, S. 35.

Um das zu erfahren, müsse man dieselben eigentlich noch so lange beobachten, bis der letzte von ihnen ausgeschieden oder gestorben sei. „Diese reife Erfahrung, welche die vorliegenden Beobachtungen einschliesse, würde erst die echten Elemente (genuine elements) zur Konstruktion der Sterbetafeln geliefert haben.“

Nun kann man sich aber, anstatt jenen Prozeß abzuwarten, durch eine Schätzung helfen, „analog wie man ein unterbrochenes Zufallsspiel durch Wahrscheinlichkeitsrechnung zu Ende führen kann“. Nimmt man nämlich an, die Beobachtung sei an den bis zum 31. Dezember 1874 Eingetretenen eines bestimmten Altersjahres bis zum Verschwinden des letzten fortgesetzt, so wären diejenigen (R), welche den 31. Dez. 1874 noch im Kalenderjahre ihres Eintrittes erlebten, jedenfalls in das 2. Kalenderjahr ihrer Mitgliedschaft übergetreten. Nennen wir diejenigen, die vor dem 1. Januar 1875 in dies 2. Kalenderjahr übergetreten sind, ε_2 , und jene, die bei der angegebenen Ausdehnung der Beobachtung dies im ganzen gethan hätten, ε'_2 , so besteht die Beziehung:

$$\varepsilon'_2 = \varepsilon_2 + R$$

Diejenigen nun — so wird weiter argumentiert — welche unter der erweiterten Beobachtungsgesamtheit im 2. Kalenderjahre ihrer Mitgliedschaft austreten (r'_2) oder versterben (D'_2) würden, werden sich zu denjenigen, welche vor 1875 im 2. Kalenderjahre ihrer Mitgliedschaft ausgetreten (r_2) oder verstorben (D_2) sind, proportional verhalten, wie die entsprechenden Mengen ins 2. Kalenderjahr Uebergetreter:

$$r'_2 : r_2 = \varepsilon'_2 : \varepsilon_2$$

$$D'_2 : D_2 = \varepsilon'_2 : \varepsilon_2$$

oder

$$r'_2 = \frac{\varepsilon'_2}{\varepsilon_2} \cdot r_2$$

$$D'_2 = \frac{\varepsilon'_2}{\varepsilon_2} \cdot D_2$$

Die ins 3. Kalenderjahr Uebergetretenen findet man dann aus der Gleichung

$$\varepsilon_3 = \varepsilon'_2 - (r'_2 + D'_2)$$

Ferner ist:

$$r'_3 = \frac{\varepsilon'_3}{\varepsilon_3} \cdot r_3$$

$$D'_3 = \frac{\varepsilon'_3}{\varepsilon_3} \cdot D_3$$

$$\varepsilon'_4 = \varepsilon'_3 - (r'_3 + D'_3)$$

u. s. w.

Dies System der Auflösung eines am Endtermin vorhandenen Bestandes in Ausgetretene und Verstorbene wird von seinen Urhebern das System der „Final Series“ genannt. Es ist angewandt worden nur auf die Berechnung des Verhältnisses der durch Tod entstandenen Geldansprüche zu den überhaupt riskierten Summen ¹⁾ — vermutlich weil man diesem für den Geschäftsmann interessantesten Teil in erster Linie die wertvolle Neuerung angedeihen lassen wollte. Es steht aber, wenn die Theorie richtig ist, nichts im Wege, daß die „Final Series“ auch einmal zur „Verbesserung“ der über die Personen gemachten Erfahrungen benutzt werden, und darum ist ein Wort der Kritik hier nötig.

Darin haben die Urheber der amerikanischen Tafel unzweifelhaft Recht, daß eine Ausdehnung der wirklichen Beobachtung in der angegebenen Weise in der That eine sehr schätzbare Vergrößerung des Materials liefern würde. Eine Selbsttäuschung aber ist es, wenn sie in der angegebenen Weise die Beobachtung nach dem Endtermin durch Schätzung ersetzen zu können glauben. Denn indem sie den Erscheinungen von vornherein ihr eigenes Gesetz auferlegen, können sie natürlich aus dieser Konstruktion auch nur ihr eigenes Gesetz wieder herauslesen — während die Aufgabe der ganzen Untersuchung doch ist, von unserem Denken unabhängige Thatsachen zu ermitteln, den Tönen der Natur zu lauschen, nicht aber dem Echo unserer eigenen Stimme. Es ist die vollendete *petitio principii*.

Somit ist dieser Versuch der „Final Series“ durchaus zu verwerfen. Er ist aber entwicklungsgeschichtlich interessant als Symptom dafür, wie wenig man noch in einem so vorgerückten Stadium der Entwicklung sich über die wahren Erfordernisse der Untersuchung klar war — denn sonst hätte man sich doch sagen müssen, daß die sämtlichen Angehörigen gewisser Versicherungsanstalten zwischen gewissen Zeitgrenzen eine Auswahl von Material seien, die eine völlig einwandfreie Messung der Sterblichkeit nach dem Alter gestatte, daß sie also die Krücken gar nicht bedürfe, die man ihr wohlmeinend aufnötigen wollte. — Daß der nämliche, so überaus handgreifliche Fehler am Anfang und am Ende der langen Entwicklung, bei Deparcieux und bei den Amerikanern auftritt, das ist ungemein charakteristisch dafür, wie wenig man sich in der ganzen Zwischenzeit um die Aufstellung einer allseitig abgeschlossenen Theorie gekümmert, wie man immer nur, von einem gewissen Instinkt geleitet, nach dem Richtigen getastet hat, anstatt offenen Auges darauf loszugehen.

1) Part. I, Tab. III, IV.

Ihrem Wesen nach steht die Sterblichkeitsuntersuchung der amerikanischen Gesellschaften außerordentlich nahe derjenigen der 17 englischen von 1843: beide zählen Policen oder etwas Aehnliches, beide liefern Schätzungen der Sterblichkeit in 3-jährigen Altersspielräumen. Die Amerikaner haben in einigen Fällen mehrere Policen, die auf die nämliche Person lauteten, zu einer einzigen Beobachtung vereinigt und mögen dadurch das numerische Gewicht dieses Fehlers etwas verringert haben; — dafür haben sie aber wieder den Makel an sich, daß ein Teil der Urdata nur durch Schätzung gefunden ist. Nur einen entschiedenen Vorzug haben sie, der aber nicht ein Verdienst der Methode ist: die gewaltige Größe des Materials.

Kapitel VIII.

Die Gothaer Tafeln.

Wir haben am Ende unserer Untersuchung zwei Sterblichkeitsmessungen zu besprechen, die von deutschen Versicherungsgesellschaften unternommen sind.

Die deutschen Techniker des Lebensversicherungsgeschäftes sind durchweg bei ihren englischen Berufsgenossen in die Schule gegangen. Lange Zeit hindurch haben sie auch deren Sterblichkeitstafeln direkt als Grundlage ihrer eigenen Rechnungen übernommen: so benutzte die Gothaer Bank lange die von Babbage 1826 aus dem Material der Equitable Society hergestellte Tafel mit einigen Modifikationen. Die einzige in größerem Umfange unternommene deutsche Ermittlung der Sterblichkeit unter Versicherten blieb bis zum Jahre 1880 die von Brune, die wir oben besprochen haben. Die Erfahrung indessen, daß die Sterblichkeit unter den Versicherten der deutschen Gesellschaften erheblich abweiche sowohl von den englischen als auch von den Bruneschen Beobachtungen, veranlaßte endlich auch eigene Untersuchungen der deutschen Gesellschaften.

Die älteste Anstalt dieser Art, die „Lebensversicherungsbank für Deutschland“ zu Gotha, ging voran mit einer Zusammenstellung ihrer Sterblichkeitserfahrungen aus den ersten 50 Jahren ihres Bestehens¹⁾. Schon früher hatte sie kleinere Untersuchungen dieser Art veröffentlicht: so hatte ihr „Bevollmächtigter“ G. Hopf im Jahre 1855 eine Uebersicht der Erfahrungen der ersten 25 Jahre ihres Bestehens pub-

1) Mitteilungen aus der Geschäfts- und Sterblichkeitsstatistik der Lebensversicherungsbank für Deutschland zu Gotha für die 50 Jahre von 1829 bis 1878. Herausgeg. von Dr. A. Emminghaus. Weimar 1880.

liziert¹⁾. Bis Ende 1853 waren der Gothaer Bank 27 210 Personen beigetreten und von ihnen 4519 verstorben. Hopf, der mit der englischen Fachliteratur genau vertraut war, hielt dies Material mit Recht noch für viel zu klein, um wertvolle Untersuchungen daran knüpfen zu können. „Es wäre“, so sagt er, „sehr wohl möglich, mit Hilfe bekannter mathematischer Methoden schon auf Grund dieser Beobachtungen eine Sterblichkeitsliste aufzustellen; allein der Mangel ausreichender Thatsachen kann auch durch die geschickteste mathematische Methode nicht ersetzt werden.“ Entsprechend dieser Anschauung hat Hopf eine nach seinem eigenen Ausdruck nur oberflächliche Untersuchung der Sterblichkeit veranstaltet, die erst vertieft werden solle, wenn das zu benutzende Material einen größeren Umfang erreicht habe. Hopf hat sich bemüht, die Sterblichkeit unter den Gothaer Versicherten für die beiden Geschlechter nach 5-jährigen Altersstrecken festzustellen, und zwar auf zweierlei Weise: einmal, indem er aus jedem der 25 Kalenderjahre die zusammengehörigen Lebenden und Verstorbenen einer jeden Altersstrecke zu ermitteln suchte, und sodann, indem er das Alter der Versicherten beim Austritt aus der Beobachtung berechnete durch Addition der zuvor zurückgelegten vollen Versicherungsjahre zu einem gewissen fiktiven Eintrittsalter, und indem er die hiernach sich ergebenden Zahlen der Lebenden und Toten für jede Altersstrecke bestimmte. Ueber weitere Einzelheiten, vor allem über die Beziehung der für die Rechnung verwandten Alter zu den natürlichen, erfahren wir nichts und sind daher auch außer Stande, ein Urteil über den methodologischen Wert der Hopfschen Arbeit zu gewinnen. Vermutlich ist das an zweiter Stelle angedeutete Verfahren identisch mit demjenigen, das wir nunmehr aus dem 1880 veröffentlichten Gothaer Werk genau kennen lernen werden.

Dieses Werk enthält eine Fülle von Beobachtungen der Sterblichkeit unter den Versicherten, die nicht nur geschäftliches, sondern auch biologisches Interesse in hohem Maße beanspruchen: es untersucht die Sterblichkeit nach dem Geschlecht und dem Alter, den Einfluß der Selektion, des Berufes, der Versicherungssumme (aus der ja annähernd auf die allgemeine ökonomische Lage des Versicherten geschlossen werden darf); ferner die relative Häufigkeit der einzelnen Todesursachen, die Verteilung der Sterbefälle auf die Jahreszeiten u. s. w. — endlich den Einfluß verschiedener Kombinationen der genannten Momente auf die Sterblichkeit. In der Vielseitigkeit dieser biologischen Forschungen hat die Gothaer Statistik mehr geleistet als irgend eine andere private Statistik, und sie hat sich dadurch die Wissenschaft zu großem Danke verpflichtet.

Als Hauptschwierigkeit der Methode haben wir in unseren bisherigen Untersuchungen die Ermittlung der Sterblichkeit nach dem

1) G. Hopf: Die wesentlichsten Ergebnisse der Gothaer Lebensversicherungsbank in dem ersten Vierteljahrhundert ihres Bestehens, besonders in Beziehung auf die Sterblichkeit der Versicherten. (Beitrag zu Otto Hübners Jahrb. f. Volkswirtsch. u. Statistik, 4. Jahrg.)

Alter innerhalb einer irgendwie definierten Gesamtheit kennen gelernt. Wir werden daher bei dem Gothaer Werk unsere Aufmerksamkeit auf die Lösung dieser Frage beschränken¹⁾.

Man begann in Gotha wie anderwärts mit der Ausstellung einer Zählkarte für jede in den Kalenderjahren 1829 bis 1877 in die Versicherung eingetretene Person. Die für uns interessanten Angaben der Zählkarte waren:

- 1) das Geschlecht;
- 2) das Alter beim Eintritt (in Jahren und ganzen Monaten);
- 3) das Datum der Police (also des Eintrittes);
- 4) Art des Abganges (ob durch Tod oder zu Lebzeiten);
- 5) Datum des Todes oder Austrittes;
- 6) Alter beim Tod oder Austritt (in Jahren und ganzen Monaten);
- 7) bei denen, die gestorben oder ausgetreten waren, die Zahl der bezahlten Jahresprämien.

Es wird als ein Nachteil der von den 17 englischen Gesellschaften hergestellten Tafeln gegenüber den Gothaischen hervorgehoben, daß jene Policen statt Personen gezählt hätten. Daraus darf man wohl schließen, daß die Gothaer Tafeln diesen Fehler vermieden haben. Wie die Reduktion vorgenommen ist, darüber wird nichts gesagt; — wir werden an einer anderen Stelle noch sehen, daß auch dabei logische Irrtümer nahe liegen.

Das gesamte Material (81 745 Zählkarten) wurde nach dem Geschlecht in 2 Gruppen zerlegt, darauf jede Geschlechtsgruppe in Eintrittsaltersklassen: die erste Klasse umfaßte solche, die $14\frac{1}{2}$ - bis $15\frac{1}{2}$ -jährig, die zweite solche, die $15\frac{1}{2}$ - bis $16\frac{1}{2}$ -jährig eingetreten waren, u. s. w. Da das früheste Alter, in dem man sich bei der Gothaer Bank versichern kann, das Lebensalter von $14\frac{1}{2}$ Jahren ist, und das späteste das von $67\frac{1}{2}$, so entstanden auf diese Weise 53 Eintrittsaltersklassen.

Jede derselben wurde weiter geteilt in:

- 1) solche, die verstorben waren, bevor sie ihren Prämientermin i. J. 1878 (d. h. die Wiederkehr des Kalendertages der Ausfertigung ihrer Police i. J. 1878) erlebt hatten;
- 2) solche, die vor dem Prämientermin von 1878 ausgetreten waren;
- 3) solche, die ihren 1878er Prämientermin als Mitglieder der Gesellschaft erlebt hatten.

Jede dieser Untergruppen wurde nochmals erschöpfend geteilt, und zwar nach der Zahl der vor 1878 entrichteten Jahresprämien (die Prämien werden pränumerando entrichtet).

Nun nahm man eine Fiktion vor. Man nahm an, daß die $14\frac{1}{2}$ - bis $15\frac{1}{2}$ -jährig Eingetretenen beim Eintritt genau 15 Jahre, die $15\frac{1}{2}$ - bis $16\frac{1}{2}$ -jährig Eingetretenen genau 16 Jahre alt waren. Dann ergab sich, daß die fiktiv 15-jährig Eingetretenen, welche nach Zahlung

1) Auf diese Untersuchung beziehen sich Tab. XXV u. XXVI (Erläuterungen dazu im Teil V des Textes). Der Verfasser dieses Teiles ist der Mathematiker der Bank, Herr Johannes Karup.

von nur einer Prämie ausgetreten oder verstorben waren, im fiktiven Alter 15 bis 16 ausgetreten oder verstorben waren; diejenigen ferner, welche an ihrem 1878er Prämientermin versichert blieben, nachdem sie vorher nur einmal ihre Jahresprämie entrichtet hatten, diese erfüllten an dem genannten Prämientermin gerade das fiktive Alter 16. — Die fiktiv 15-jährig Eingetretenen aber, die nach Zahlung zweier Jahresprämien vor 1878, entweder a) ausgetreten, oder b) verstorben, oder c) am 1878er Prämientermin versichert waren, diese waren fiktiv 16- bis 17-jährig a) ausgetreten, oder b) verstorben, oder aber c) sie erfüllten an jenem Prämientermin das fiktive Alter 17. Und so fort für alle Stufen der Versicherungsdauer (alle Zahlen der entrichteten Prämien) und für alle Eintrittsaltersklassen.

Wie schon Morgan und Galloway, so wußte auch Karup, der Autor der Gothaer Tafel, die auf diese Weise je einem bestimmten Alter zugeschriebenen Beobachtungen übersichtlich anzuordnen, indem er die sämtlichen Erfahrungen einer Eintrittsaltersklasse in die nämliche Horizontalzeile, und die auf das nämliche fiktive Alter bezüglichen Erfahrungen der verschiedenen Eintrittsaltersklassen vertikal unter einander setzte.

Als Probe teile ich im Anhang den Beginn der Tab. XXV mit¹⁾. Darin bedeuten nach dem Gesagten z. B. die Zahlen in der „21“ überschriebenen Spalte folgendes. Nach der Fiktion ist von den 15-jährig eingetretenen Männern im Alter 21 bis 22 verstorben (Unterspalte „†“): keiner; lebend ausgetreten (Unterspalte „Abg.“): einer; hat an seinem 1878er Prämientermin gerade das Alter 22 erfüllt (Unterspalte „Leb.“): einer. In der 2. Zeile werden Erfahrungen an den 16-jährig Eingetretenen mitgeteilt: von ihnen ist 21- bis 22-jährig verstorben: einer, sind lebend ausgetreten: zwei, und hat an seinem 1878er Prämientermin das Alter 22 erfüllt: keiner. Endlich in der letzten Zeile wird gesagt, daß von den 21-jährig Eingetretenen im Alter 21 bis 22 verstorben ist: keiner, abgegangen sind: 12, und 1878 an ihrem Prämientermin das Alter 22 erfüllten: 20.

Die Summe der unter den Spaltenüberschriften „†“, „Abg.“ und „Leb.“ in den sämtlichen Hauptspalten auf der nämlichen Horizontalzeile enthaltenen Zahlen muß angeben die Zahl derer, die in dem betreffenden der Zeile vorgedruckten fiktiven Eintrittsalter überhaupt der Gesellschaft beigetreten sind. Diese Zahl ist eingetragen in der Zeile, zu der sie gehört, unter der Unterspaltenüberschrift „Vers.“ (d. h. „Versicherte“), und unter derjenigen Hauptspaltenüberschrift, die mit dem fiktiven Beitrittssalter übereinstimmt. So sind nach dem mitgeteilten Tabellenbruchstück im Alter „19“ eingetreten: 94, im Alter „20“: 139, im Alter „21“: 210.

Zieht man von jenen 139, die im Alter 20 beigetreten sind, ab die Summe der Einträge in der nämlichen Zeile und Hauptspalte unter den Ueberschriften „†“, „Abg.“, „Leb.“, nämlich $1 + 10 + 12 = 23$, so hat man in der Differenz $139 - 23 = 116$ die Anzahl derer, die

1) I. Anhang, Nr. 14.

vor dem Prämientermin von 1878 das fiktive Alter 21 überschritten haben. Der Prämientermin von 1878 ist nun, wie aus den obigen Definitionen (s. S. 79) hervorgeht, der für jeden Versicherten individuell bestimmte Endtermin der Beobachtung; es sind keinerlei Erfahrungen aufgenommen worden, die nach den betreffenden Prämienterminen von 1878 gemacht sind. Also können wir jene 116 auch nach der uns geläufigen Vorstellung als diejenigen definieren, welche, 20-jährig beigetreten, das fiktive Alter 21 unter Beobachtung überlebt haben. Wie an diesem Beispiel gezeigt ist, sind unter der Ueberschrift „Vers.“ die aus jeder Eintrittsaltersklasse gelieferten Ueberschreitungen des in der Hauptspaltenüberschrift angegebenen fiktiven Alters verzeichnet, — in der letzten Zeile jedesmal die Ueberschreitungen, sofern sie von den in diesem fiktiven Alter Eingetretenen geliefert werden.

Die am Fuße der Spalten „Vers.“, „†“, „Abg.“, „Leb.“ angegebenen Summen besagen, wie viele ohne Rücksicht auf das Eintrittsalter überhaupt in dem übergeschriebenen Alter x unter Beobachtung standen, wie viele davon in dem nächstfolgenden fiktiven Altersjahr x bis $(x + 1)$ starben, abgingen, oder an ihrem 1878er Prämientermin das nächst höhere Alter $(x + 1)$ erfüllten.

Die Art, in der das Gothaer Material disponiert ist, ist uns ja nicht mehr neu, da wir ihr Prinzip schon bei Morgan und Galloway kennen gelernt haben. Es schien uns aber wünschenswert, die Anordnung der so wichtigen Gothaer Tafel möglichst voraussetzungslos und für sich allein verständlich darzustellen. Derselbe Gesichtspunkt wird uns leiten, wenn wir jetzt die wahre Bedeutung der nach fiktiven Altern geordneten Daten ermitteln, trotzdem wir bereits bei Deparcieux, Galloway, Brune im Prinzip sehr Aehnliches gefunden haben.

Diejenigen, welche nach der Fiktion mit dem genauen Alter 15 eingetreten sind, sind in Wahrheit die $14\frac{1}{2}$ - bis $15\frac{1}{2}$ -jährig Eingetretenen. Wer von ihnen dann im fiktiven Alter 15 bis 16 verstorben, abgegangen oder an seinem 1878er Prämientermin am Ende dieser fiktiven Altersstrecke angelangt ist, von dem weiß man in Wahrheit nur, daß er nach Pränumerandozahlung einer einzigen Jahresprämie verstorben oder ausgetreten oder an seinem 1878er Prämientermin angelangt ist, m. a. W., es sind hier diejenigen aufgeführt, die nur während des ersten Versicherungsjahres unter Beobachtung gestanden haben. Zieht man sie von den Eingetretenen ab, so erhält man die unter Beobachtung ins zweite Versicherungsjahr Uebergetretenen: dies ist die wahre Bedeutung der Zahl 21 — die nach der Fiktion die Zahl der 15-jährig Eingetretenen sein soll, welche das Alter 16 überschreiten.

Allgemein ausgedrückt: die notwendige und ausreichende Bedingung dafür, daß eine Person gezählt sei unter der Gruppe, welche charakterisiert ist durch den Zeilenindex (das „Beitrittsalter“) a und die Hauptspaltenüberschrift x , — diese Bedingung ist, daß die Person $(a - \frac{1}{2})$ - bis $(a + \frac{1}{2})$ -jährig eingetreten sei, und ferner:

wenn sie unter der Unterspaltenüberschrift „Vers.“ begriffen sein soll: daß sie vor dem Jahre 1878 das $(x - a + 1)$ te Versicherungsjahr angetreten habe;

wenn sie unter der Rubrik „†“ enthalten sein soll: daß sie im $(x - a + 1)$ ten Versicherungsjahre und vor dem 1878er Prämientermin verstorben sei;

wenn sie unter der Rubrik „Abg.“ gezählt sein soll: daß sie im $(x - a + 1)$ ten Versicherungsjahre und vor dem 1878er Prämientermin abgegangen sei;

wenn sie unter der Gruppe „Leb.“ berücksichtigt sein soll: daß sie an ihrem 1878er Prämientermin genau $(x - a + 1)$ Jahre hindurch versichert gewesen sei.

Es wird uns demnach in den Zahlen der Hauptspalte „ x “ bei dem fiktiven Eintrittsalter „ a “ der Bestand dieser Eintrittsalterklasse zu Anfang, und seine Aenderung während des $(x - a + 1)$ ten Versicherungsjahres mitgeteilt.

Ebenso haben wir in den Zahlen der nämlichen Hauptspalte „ x “ bei dem fiktiven Eintrittsalter „ $a + 1$ “ den Bestand der $(a + \frac{1}{2})$ - bis $(a + \frac{3}{2})$ -jährig Beigetretenen zu Anfang, und seine Aenderung während des $(x - a)$ ten Versicherungsjahres vor uns.

Die Ordnungszahl des in der Hauptspalte „ x “ jeweils betrachteten Versicherungsjahres variiert, indem a alle ganzen Werte von 15 inkl. bis x inkl. annimmt, zwischen $x - 14$ und 1.

Gleichviel aber, welche Ordnungszahl die in Betracht gezogenen Versicherungsjahre führen, sie alle beginnen, während die Versicherten zwischen den Altern $x - \frac{1}{2}$ und $x + \frac{1}{2}$ stehen. Andererseits aber sind diejenigen Personen, von denen in der Spalte „Vers.“ der Antritt eines neuen Versicherungsjahres nachgewiesen wird, die einzigen, welche zwischen den Altern $x - \frac{1}{2}$ und $x + \frac{1}{2}$ ein neues Versicherungsjahr angetreten haben, denn die berücksichtigten Kombinationen erschöpfen die sämtlichen Möglichkeiten.

Es konstatieren mithin unter der Hauptspaltenüberschrift „ x “:
die Spalte „Vers.“: wie oft in den Altern von $x - \frac{1}{2}$ bis $x + \frac{1}{2}$ ein neues Versicherungsjahr begonnen ist;

die Spalten „†“ und „Abg.“: wie oft ein solches Versicherungsjahr wegen Tod oder Austritt des Versicherten nicht bis zu Ende unter Beobachtung verlebt ist;

die Spalte „Leb.“: wie oft ein solches Jahr mit dem 1878er Prämientermin endete;

— und alles das in den Zeilen für die einzelnen Eintrittsalterklassen, in den Fußsummen für die Gesamtheit der versicherten Männer oder Frauen.

Hiermit ist das, was die Gothaer Tafeln für jedes fiktive Alter x in Wahrheit liefern, auf seinen kürzesten und anschaulichsten Ausdruck gebracht.

Die während der Versicherungsjahre, über welche die Gothaer Tafel unter der Ueberschrift „ x “ Rechenschaft giebt, beobachteten verlebten Jahre und Todesfälle liegen alle zwischen den Altersgrenzen

$(x - \frac{1}{2})$ und $(x + \frac{3}{2})$. Sie sind aus den sämtlichen Erfahrungen dieser Altersstrecke ausgewählt und einander zugeordnet. Das Prinzip, nach dem dies geschehen, — also die Zugehörigkeit zu einem $(x - \frac{1}{2})$ - bis $(x + \frac{3}{2})$ -jährig angetretenen Versicherungsjahre — sagt an sich nichts über das Größenverhältnis der einander zugeordneten Mengen Verstorbener und verlebter Jahre; wohl aber hat es die Hereinbeziehung von Erfahrungen aus der Mitte der Altersstrecke begünstigt vor derjenigen von Beobachtungen aus den äußeren Teilen. Ich will den Beweis dafür, den ich oben (Seite 15 u. 16) bei Deparcieux gegeben, hier nicht wiederholen.

Dies ist alles, was sich über das thatsächliche Verhältniß des Resultates der Gothaer Messung der Sterblichkeit in gewissen Versicherungsjahren zu der Sterblichkeit der Gesamtheit innerhalb gewisser Altersgrenzen sagen läßt. Es giebt schlechterdings keine logische Brücke zwischen der Sterblichkeit in Versicherungs- und der in Altersjahren. Das sind zwei inkommensurable Größen. Nur wenn wir deduktive Annahmen den empirischen Resultaten hinzufügen, können wir von dem einen auf das andere Messungsergebnis schließen. So z. B., wenn wir annehmen, die Sterblichkeit der Gesamtheit sei während des Alters $(x - \frac{1}{2})$ bis $(x + \frac{3}{2})$ konstant gewesen, so dürfen wir diejenige Sterblichkeit, welche aus den diesem Alter entstammenden Beobachtungen der Versicherungsjahre sich ergibt, als eine Stichprobe auf diejenige Sterblichkeit ansehen, welche aus den gesamten Erfahrungen des Alters $x - \frac{1}{2}$ bis $x + \frac{3}{2}$ folgt. Unabhängig von dieser Annahme kann man, da der aus dem Alter x bis $(x + 1)$ stammende Teil der Beobachtungen weit größer ist als der Rest, vermuten, daß er das Gesamtergebnis wesentlich bestimmt; daß folglich das letztere eine annähernde Schätzung der Sterblichkeit der Gesamtheit im Alter x bis $(x + 1)$ ist.

Die numerische Ermittlung der Sterblichkeit innerhalb jener im Alter $(x - \frac{1}{2})$ bis $(x + \frac{1}{2})$ angetretenen Versicherungsjahre gestaltet sich sehr einfach. Verstehen wir unter (Vers.), $(\dagger)$, (Abg.) die Fußsummen der so überschriebenen Unterspalten der Hauptspalte „ x “, so ist die innerhalb jener Versicherungsjahre beobachtete Sterblichkeit μ :

$$\mu = \frac{(\dagger)}{(\text{Vers.}) - \frac{1}{2}[(\dagger) + (\text{Abg.})]}.$$

Die Gothaer Tafeln selbst behandeln als Sterblichkeit des fiktiven Alters x bis $(x + 1)$ den Wert

$$\mu' = \frac{(\dagger)}{(\text{Vers.}) - \frac{1}{2}(\text{Abg.})},$$

sie benutzen also als Nenner diejenige Zeit, die innerhalb des fiktiven Alters verlebt wäre, wenn die Todesfälle alle am Ende der Strecke eingetreten wären. Da $(\dagger)$ stets relativ klein ist, so dürfte μ' von μ

regelmäßig erst in den Dezimalstellen abweichen, welche man zu vernachlässigen pflegt.

Es läßt sich keine einheitliche obere Zeitgrenze angeben, bis zu der sämtliche Erfahrungen der Sterblichkeitsmessung unterworfen sind. Fast jeder der 365 Tage des Jahres 1878 mag für eine gewisse Summe von Versicherten der Prämientermin und damit die obere Grenze der Beobachtungszeit gewesen sein. Jedenfalls aber liefern die Gothaer Tafeln die sämtlichen Beobachtungen bis zum 31. Dezember 1877, außerdem dann noch eine Auswahl von Erfahrungen aus dem Kalenderjahre 1878, und zwar vorwiegend aus dessen früheren Teilen.

Nachdem wir hiermit das Verhältniß des Gothaer Materials zur Aufgabe der Messung der Sterblichkeit einer nach Alter und Zeit abgegrenzten Gesamtheit allseitig erörtert haben, bleibt zur vollen Charakteristik seiner Bedeutung noch seine Größe anzugeben.

Die Sterblichkeit der Männer ist untersucht durch Beobachtung von 76 986 Männern, von denen

19 999 starben,
9 391 austraten,
47 596 ihren 1878er Prämientermin erlebten,

und die zusammen

954 037 Jahre

$$(T = \Sigma(\text{Vers.}) - \frac{1}{2} [\Sigma(\dagger) + \Sigma(\text{Abg.})])$$

unter Beobachtung verlebt.

Die analogen Zahlen für die Frauen sind:

eingetreten	4759
davon verstorben	1539
ausgetreten	900
am 1878er Prämientermin vorhanden.	2320
verlebte Jahre	5 6650,5.

Wir haben demnach hier das bei weitem stattlichste Material vor uns, das je von einer einzelnen Versicherungsanstalt zusammengebracht worden ist. Das Gothaer Material gestattet, zumal in den stärker besetzten Altersklassen, eine Ermittlung der Sterblichkeit unter Männern nach dem Alter, die von relativ hoher Zuverlässigkeit ist, und es wird von seinem Bearbeiter mit Recht hervorgehoben, daß gerade in den höheren Altersklassen bei Gotha die Besetzung noch relativ stark ist. Ueber Frauen erscheint die Gothaer Erfahrung noch dürftig.

Kapitel IX.

Die „Deutschen Sterblichkeitstafeln“.

Die Reihe der von uns zu besprechenden Ermittlungen der Sterblichkeit schließt ab mit einem Werke, welches sowohl an Umfang der Beobachtungen als auch in der Methode der Ermittlung der Sterblichkeit nach dem Alter alle früheren Leistungen dieses Gebietes weit überflügelt und der Vollkommenheit auch in theoretischer Beziehung nahe kommt. Es sind die „Deutschen Sterblichkeitstafeln aus den Erfahrungen von 23 Lebensversicherungsgesellschaften, veröffentlicht im Auftrage des Kollegiums für Lebensversicherungswissenschaft zu Berlin“ (1883)¹⁾.

Unter dem Namen „Kollegium für Lebensversicherungswissenschaft“ bildete sich 1868 zu Berlin ein Verein von Gelehrten und Interessenten des Lebensversicherungswesens, der sich die Förderung der theoretischen Einsicht auf diesem Gebiete zum Ziele setzte — also eine Vereinigung ähnlich dem Institute of Actuaries in London, der Faculty of Actuaries in Edinburg oder der amerikanischen Chamber of Life Insurance, die uns bereits bekannt geworden sind. Von Anfang seines Bestehens an setzte sich das Kollegium die Aufgabe, eine Ermittlung der Sterblichkeit unter den Versicherten deutscher Gesellschaften zu veranstalten. Es gelang ihm, 23 deutsche Gesellschaften zu gewinnen für den Beitrag von Beobachtungsdaten und Geldmitteln, ferner noch 3 weitere für die Beisteuer nur zu den Kosten. Die älteste und größte deutsche Lebensversicherungsbank, die Gothaer, bezeugte anfangs großes Interesse für das Unternehmen, zog sich aber leider ganz davon zurück, „von dem Augenblicke an, wo in betreff der Form der der Kommission [nämlich der von dem Kollegium mit der Ausführung der Arbeiten betrauten] zu liefernden Daten Beschlüsse gefaßt wurden, denen sich die [Gothaer] Bank nicht unterwerfen zu dürfen meinte“²⁾.

Die an der Untersuchung beteiligten Gesellschaften brachten ein gewaltiges Material zusammen und stellten die beträchtliche Summe von 59 300 M. zur Verfügung für dessen Bearbeitung, die von dem Kollegium in die Hände einer Exekutivkommission gelegt und von dieser im Jahre 1883 beendet wurde.

Dem Werke wurde in allen wesentlichen Stücken ein Arbeitsplan zu Grunde gelegt, welcher dem Kollegium von einem seiner Gründer, Herrn W. Lazarus in Hamburg, unterbreitet worden war. In Lazarus dürfen wir demnach wohl den geistigen Vater des großen Werkes

1) Berlin, E. S. Mittler & Sohn.

2) Siehe Emminghaus, Geschichte der Lebensversicherungsbank für Deutschland zu Gotha (Weimar 1877), Seite 188.

sehen, dessen Anregung Wissenschaft und Praxis es zu danken haben, daß die neue Untersuchung einen so sehr viel höheren Wert erhalten hat als alle früheren. Der von Lazarus entworfene Arbeitsplan ist in der Einleitung des Werkes abgedruckt ¹⁾, er zeigt den Verfasser wohl vertraut mit allen neueren Leistungen der Engländer auf diesem Gebiete (insbesondere hat er den oben ²⁾ citierten Aufsatz von Meikle über Sterblichkeitsermittlung benutzt), aber dabei doch unabhängig genug, um die Mängel zu sehen, insbesondere den, daß die neueren englischen Vorbilder nicht die Sterblichkeit nach dem Alter liefern, und daß man, um diese zu ermitteln, andere Urdaten haben muß, als sie bei Herstellung der englischen Tafeln zur Verfügung standen.

Wir kommen damit auf die Form der Zählkarte, die von den 23 deutschen Gesellschaften benutzt wurde.

Eine solche Zählkarte wurde für jede in der Zeit zwischen der Gründung der betreffenden Gesellschaft und dem 31. Dezember 1875, bzw. bei einer Gruppe von Versicherten ³⁾ dem 31. Dezember 1870, in Kraft getretene Police ausgefertigt, ausgenommen nur diejenigen, welche „unter dem nämlichen Datum nach derselben Versicherungsart für die nämliche Person ausgestellt sind“: für solche n Policen wurde nur eine einzige Zählkarte mit den entsprechenden Erfahrungsdaten versehen ⁴⁾. Es folgt hieraus, daß für eine Person, die zu p verschiedenen Zeiten Versicherungen der nämlichen Gattung bei derselben Gesellschaft abschloß, p Karten ausgeschrieben wurden.

Jede Karte lieferte folgende 9 bei der weiteren Verarbeitung benützten Data:

- 1) Jede Karte enthielt zunächst eine Angabe über die Versicherungsgattung, der der von ihr repräsentierte Fall angehörte. Man unterschied 4 solche Gattungen von Versicherungsverträgen:

- I. solche mit vollständiger ärztlicher Untersuchung zu normaler Prämie;
- II. solche mit vollständiger ärztlicher Untersuchung zu erhöhter Prämie;
- III. solche mit unvollständiger ärztlicher Untersuchung;
- IV. solche ohne jede ärztliche Untersuchung.

Vermutlich sind diese 4 Gattungen identisch mit jenen Versicherungsarten, die u. a. maßgebend waren für die Zahl der für eine Person auszustellenden Zählkarten.

Der Einteilungsgrund der 4 Gattungen war also das Maß der Kenntnis von dem Gesundheitszustande der Versicherten, welches man zu Anfang der Versicherung besaß; und ferner bei denjenigen, bezüglich derer diese Kenntnis den höchsten möglichen Grad erreicht hatte (I und II), die Größe des von der Gesellschaft übernommenen Risikos; bei der Gruppe II ist zu bemerken, daß die Erhöhung der Prämie

1) A. a. O. Seite VI ff.

2) Siehe Seite 70.

3) Definiert auf dieser Seite unter 1), IV.

4) A. a. O. Seite LI, § 4 bis 6.

nicht die Folge der ärztlichen Untersuchung zu sein brauchte, sondern auch das Aequivalent für das durch einen besonders gefährlichen Beruf der Gesellschaft verursachte besondere Risiko sein konnte ¹⁾).

Ferner gab jede Karte an:

- 2) das Geschlecht;
- 3) das Datum der Geburt;
- 4) das Datum des Eintrittes;
- 5) das Datum des Austrittes, falls ein solcher vor dem Endtermin erfolgt war;
- 6) die Art des Austrittes (ob a. Erlöschen oder Ablauf bei Lebzeiten des Versicherten oder b. Tod);
- 7) wenn die Versicherung am Endtermin (d. i. für Gruppe I. bis III. der 31. Dezember 1875, für Gruppe IV. der 31. Dezember 1870) noch in Kraft war, einen Vermerk darüber.

Hier entstand nun bezüglich gewisser Versicherungsverträge ein Zweifel, ob sie am Endtermin noch in Kraft waren, nämlich bezüglich der „Versicherungen auf den Lebensfall ohne Rückgewähr, sowie anderer Versicherungen mit einmaliger oder bereits abgelaufener Prämienzahlung“ ²⁾. In diesen Fällen hatte die einzelne Gesellschaft anzugeben, „ob sie seit Abschluß der Versicherung überhaupt keine Kunde über den Versicherten erhalten hatte“, oder aber ob „(z. B. durch Prämienzahlung, Rentenerhöhung etc.) ein späterer Termin bekannt war, an dem der Versicherte noch am Leben war“, und sie hatte diesen Termin dann mit seinem Kalendernamen anzugeben. Die Centralstelle trug dann, wie hier vorgreifend bemerkt sei, dies Datum unter die Rubrik „Datum des Austrittes“ ein und behandelte den Fall als Austritt zu Lebzeiten an diesem Datum ³⁾. Aus der Analogie darf man wohl schließen, daß die Fälle gänzlich mangelnder Kunde vom Verbleib der Versicherten überhaupt außer Rechnung blieben — wenn man auch darüber keine Auskunft erhält.

Endlich enthielt die Zählkarte an Angaben, die bei der Verarbeitung benutzt worden sind, noch:

- 8) „Ort, Provinz, Land, welche bei der Versicherungsnahme als Domizil des Versicherten angegeben wurden“ ⁴⁾;
- 9) den vollständigen Vor- und Zunamen des Versicherten, bei verheirateten Frauen auch den Mädchennamen ⁵⁾.

Dergestalt waren die Bausteine, die der Centralstelle in Berlin, jener Exekutivkommission des Kollegiums ⁶⁾, zur Herstellung des großen Werkes geliefert wurden.

1) Siehe a. a. O. Kartenschema Seite LXIII.

2) A. a. O. Seite LII, § 13.

3) A. a. O. Seite LXV.

4) A. a. O. Seite LIII, § 16.

5) A. a. O. Seite LIII, § 17.

6) Den Vorsitz dieser Kommission führte bis Juni 1876 Herr Dr. A. Zillmer, von da ab in seiner Stellvertretung der Generaldirektor und der Mathematiker des „Nordstern“, die Herren Gerkrath und Buro.

Ihre erste Arbeit bestand darin, das gesamte Material in jene 4 Gruppen verschiedener Versicherungsgattungen und darauf jede Gruppe nochmals nach dem Geschlecht zu zerlegen, so daß nun 8 Gruppen entstanden, die kurz bezeichnet werden als M(änner)_I, M_{II}, M_{III}, M_{IV}; W(eiber)_I, W_{II}, W_{III}, W_{IV}. Jede Gruppe ward getrennt bearbeitet. Zunächst wurden untaugliche Karten ausgeschieden. Da die Untersuchung nur in Deutschland domizilierte Versicherte treffen sollte, so fielen fort alle auswärts domizilierten; wobei unter „Deutschland“ außer dem Deutschen Reich auch verstanden wurden: Deutschösterreich, die ganze Schweiz, Belgien, Holland, Dänemark, die russisch-deutschen Ostseeprovinzen Esthland, Livland, Kurland: Klima und Lebensweise aller dieser Länder wurden als denen Deutschlands gleichartig betrachtet ¹⁾).

Ferner schieden aus Karten mit unvollständigen Angaben und endlich solche, die sich auf die nämliche Person bezogen. Den letzteren mußte besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden. Man konstatierte ihr Vorhandensein — natürlich nur innerhalb jeder Gruppe — nach alphabetischer Anordnung der Namen durch die Uebereinstimmung der Namen und der Geburtstage. Alsdann wurden ausnahmslos die verschiedenen Karten durch eine einzige ersetzt, auf welcher außer den übrigen wissenswerten (auf allen zu vereinigenden Karten gleichen) Angaben als Eintrittsdatum das früheste auf irgend einer der Karten verzeichnete und als Austrittsdatum das späteste, welches sich fand, eingetragen ward. Eine Zwischenzeit, während deren die Person nicht versichert war, ward mithin in die Beobachtungszeit eingerechnet ²⁾). War z. B. ein Mann nach vollständiger ärztlicher Untersuchung bei der Gesellschaft A von 1856 bis 1862 auf den Todesfall versichert, darauf von 1868 bis 1872 ebenso bei der Gesellschaft B und endlich ebenso von 1870 bis zu seinem 1874 erfolgten Tode bei der Gesellschaft C — so wurde für ihn eine einzige Karte ausgestellt, wonach er von dem Tage seines Eintrittes 1856 bis zu seinem Todestage 1874 unter Beobachtung gestanden hatte; als „Art des Austrittes“ wurde natürlich „durch Tod“ angegeben.

Innerhalb jeder der 4 Gruppen wurde auf diese Weise die mehrfache Zählung derselben Person völlig ausgeschlossen. Aus den 3 Gründen des auswärtigen Domizils, der Unvollständigkeit der Angaben und der mehrfachen Zählung derselben Person in derselben Gruppe wurden von den ursprünglich eingelieferten

	982 520	Zählkarten
ausgeschieden	124 020	„
	so daß	858 500
		„

zur weiteren Verarbeitung verblieben.

Die nächste Operation war die Berechnung des Eintrittsalters (aus der Differenz von Eintritts- und Geburtsdatum), des Austrittsalters

1) A. a. O. Seite LX.

2) A. a. O. Seite LXIV.

(aus der Differenz von Austritts- und Geburtsdatum) und der Beobachtungsdauer (Austritts- minus Eintrittsdatum); zur Kontrolle erprobte man jedesmal, ob die so gefundene Beobachtungsdauer, zum Eintrittsalter addiert, das Austrittsalter ergab. Unter „Austritt“ ist hier „Austritt aus der Beobachtung“ zu verstehen: auch der Bestand am Endtermin galt als an diesem Tage ausgetreten. Gemessen wurden diese Alter resp. Zeitstrecken genau nach Jahren, Monaten, Tagen. In einigen Fällen — es wird leider nicht gesagt, wie oft, noch auch, ob überhaupt oft — war nur das Kalenderjahr der Geburt bekannt. Dann wurde der 30. Juni dieses Kalenderjahres als der Geburtstag behandelt.

Es folgte die Ordnung in Klassen vom Eintrittsalter 0 inkl. bis 1 exkl., 1 inkl. bis 2 exkl. u. s. w., dann innerhalb der Eintrittsalterklassen in Klassen von gleichem Alter beim Austritt aus der Beobachtung, endlich innerhalb der letztgenannten Klassen die Scheidung nach der Art des Austrittes in die uns bekannten 3 Gruppen: Verstorbene, lebend Ausgetretene, am Endtermin noch Versicherte.

Nach dieser erschöpfenden Gruppierung wurde die Zahl der Karten in den einzelnen Päckchen festgestellt und in geeignete Tabellen eingetragen. Diese Tabellen sind in den veröffentlichten Ergebnissen mitgeteilt ¹⁾. Eine Probe findet sich unten im Anhang ²⁾.

Man beobachtete nun in jeder einzelnen Eintrittsalterklasse die Sterblichkeit nach dem Alter, und zwar auf folgendem im wesentlichen nach Meikles Angaben eingeschlagenen Wege.

Als Zahl der von den x - bis $(x+1)$ -jährig Eingetretenen im Alter $(x+n)$ bis $(x+n+1)$ „durchlebten Beobachtungsjahre“ betrachtete man die GröÙe

$$R = V(x+n) - \frac{1}{2} \left\{ \frac{x+n+1}{x+n} E + \frac{x+n+1}{x+n} V(t_2) \right\}$$

(Darin sind die Zeitindices der Kürze wegen fortgelassen).

Die Ueberlebenden $V(x+n)$ irgend eines Alters $(x+n)$ müssen alle in einem späteren Alter einmal entweder verstorben oder ausgetreten, oder vom Endtermin angetroffen sein, so daß man ihre Zahl finden kann durch Summierung aller älter als $(x+n)$ -jährig Verstorbenen, Ausgetretenen und vom Endtermin Angetroffenen. Diese Summierung wird in Col. 7 und 8 der Tabelle ausgeführt. Vollzieht man die Summierung vom Alter x an, so erhält man die Gesamtzahl der x - bis $(x+1)$ -jährig Eingetretenen. — Das subtraktive Glied

$$\frac{1}{2} \left(\frac{x+n+1}{x+n} E + \frac{x+n+1}{x+n} V(t_2) \right)$$

wird in Col. 5 und 6 gebildet, und die Differenz, also der Wert für

$$R, \text{ in Col. 9.}$$

1) In jeder der 8 Gruppen M_I, M_{II} . . . die Spalten 1 bis 4 der Tab. I.

2) I. Anhang Nr. 15.

Nur in der ersten Zeile, für die Berechnung der Größe R_x^{x+1} , muß das Verfahren abgeändert werden. Es wird angenommen, daß die x - bis $(x+1)$ -jährig Eingetretenen durchschnittlich nur während der Hälfte dieser Altersstrecke unter Beobachtung standen, und daher als „durchlebte Beobachtungsjahre“ behandelt die Größe:

$$R_x^{x+1} = \frac{1}{2} I_x^{x+1} - \frac{1}{2} \left\{ E_x^{x+1} + V_x^{x+1}(t_2) \right\}.$$

Die Zahlen der „durchlebten Beobachtungsjahre“ (Col. 9) sind Schätzungen der in den einzelnen Altern verlebten Zeiten unter der Voraussetzung, daß die Todesfälle nur am Ende der einjährigen Altersstrecken eintraten. In der Wirklichkeit treten die Todesfälle aber zu allen Zeiten des Lebensjahres ein, so daß die Verstorbenen durchschnittlich die Hälfte desselben durchleben. Demnach ist die Zahl der im Altersjahre $(x+n)$ bis $(x+n+1)$ verlebten Jahre um die Hälfte der in demselben Verstorbenen geringer anzusetzen als die nach der Berechnung der 23 Gesellschaften in diesem Altersintervalle „durchlebten Beobachtungsjahre“.

Die „Deutschen Sterblichkeitstabellen“ haben die Auswertung der Sterblichkeit der einzelnen Eintrittsaltersklassen in der üblichen Form der Dezimalbrüche nicht vorgenommen, sondern nur die Sterblichkeit nach dem Alter ohne Rücksicht auf das Eintrittsalter innerhalb jeder der 8 Gruppen berechnet ¹⁾ — und zwar durch Addition der für je ein bestimmtes Alter von jeder Eintrittsaltersklasse gelieferten „durchlebten Beobachtungsjahre“ und Todesfälle. Z. B. ²⁾

Eintrittsalter		Durchlebte Beob- achtungsjahre	Gestorbene	Durchlebte Beob- achtungsjahre	Gestorbene	Durchlebte Beob- achtungsjahre	Gestorbene	Durchlebte Beob- achtungsjahre	Gestorbene	Durchlebte Beob- achtungsjahre	Gestorbene
von Jahr einschließ- lich	bis Jahr ausschließ- lich										
		Tab. I Col. 9	Tab. I Col. 2	Tab. I Col. 9	Tab. I Col. 2	Tab. I Col. 9	Tab. I Col. 2	Tab. I Col. 9	Tab. I Col. 2	Tab. I Col. 9	Tab. I Col. 2
Beobachtungsalter :											
		0		1		2		3		4	
0—1		3,5	.	7	I	6	.	5,5	.	5	.
1		.	.	I	.	I,5	.	I	.	I	.
2		.	.	.	.	I	.	I,5	.	I	.
3		.	.	.	.	.	.	0,5	.	I	.
4—5		.	.	.	.	.	.	.	.	I	.
Sa.		3,5	.	8	I	8,5	.	8,5	.	9	.

1) A. a. O. Tab. III.

2) A. a. O. Gruppe M_I, Seite 78.

Die Sterblichkeit der ganzen Gruppe in jedem Alter ist dann in Dezimalbruchform ausgerechnet und darnach eine Absterbeordnung hergestellt worden. Und zwar ist das geschehen in der ursprünglichen Form, ohne die sonst üblichen „Ausgleichungen“: diese wurden von der Kommission mit Recht als etwas Subjektives betrachtet und dem Ermessen der Liebhaber überlassen.

Innerhalb der Gruppe IV wurde noch eine besondere Untersuchung angestellt über die Sterblichkeit der Knaben und Mädchen während der ersten 24 Lebensmonate, eine Untersuchung, deren Methode in allem übereinstimmte mit der der Ermittlung der Sterblichkeit nach Lebensjahren, nur daß an Stelle des Jahres der Monat trat.

Zur Vervollständigung des Bildes von dem Werke der 23 Gesellschaften bleibt nur noch die Größe des Materials anzugeben, das sie benutzten.

Es ergaben sich ¹⁾:

Gruppe :	Eingetretene	Verstorbene	Verlebte Jahre
M _I W _I	341 744 121 606	36 944 10 594	2 208 256 678 655
Zusammen	463 350	47 538	2 886 911
M _{II} W _{II}	90 311 30 938	7 388 2 267	404 212 130 717
Zusammen	121 249	9 655	534 929
M _{III} W _{III}	114 894 122 558	18 152 16 586	830 335 910 462
Zusammen	237 452	34 738	1 740 797
M _{IV} W _{IV}	15 274 21 175	1 693 2 902	135 652 226 009,5
Zusammen	36 449	4 595	361 661,5
Ueberhaupt	858 500	96 526	5 524 298,5

Es ist bei den neben der Bezeichnung „Ueberhaupt“ angegebenen Zahlen daran zu erinnern, daß die mehrfache Zählung des nämlichen Lebens nur innerhalb der einzelnen Gruppen ausgeschlossen ist.

1) A. a. O. Seite LXI. Die Zahlen der „verlebten Jahre“ sind von mir hergestellt durch Verminderung der „durchlebten Beobachtungsjahre“ um die Hälfte der zugehörigen Todesfälle.

Nachdem wir die von den 23 Gesellschaften gelieferten Tafeln hiermit in allen wesentlichen Beziehungen beschrieben haben, vermögen wir uns ein Urteil über sie zu bilden.

Viererlei praktisch wohl wenig einflußreiche, aber von einer methodologischen Betrachtung doch zu erörternde Mängel haften den Ergebnissen der „deutschen Sterblichkeitstafeln“ an.

1) Es sind Fälle vorgekommen, in denen von dem Geburtsdatum nur das Kalenderjahr bekannt war. Dann wurde für die Altersberechnungen der 30. Juni des betreffenden Kalenderjahres als Geburtstag angesehen ¹⁾).

Infolge davon kann in Wahrheit das Alter beim Eintritt, Tod, Austritt oder Erleben des Endtermins je bis zu $1\frac{1}{2}$ Jahr höher oder niedriger gewesen sein, als nach jener Fiktion angenommen ist. Also können für jede Altersstrecke und für jede dieser vier Gattungen von Beobachtungen einige Fälle mitgezählt sein, die in Wahrheit einem anderen Alter angehören, und andere können fortgelassen sein, welche der betrachteten Altersstrecke zukommen, und dadurch kann dann die verlebte Zeit und die Zahl der zugehörigen Todesfälle verschoben worden sein — eine Folge, die wir ja bei allen Fiktionen gleichmäßig kennen gelernt haben. Die Fehler setzen sich zwar in ausgleichendem Sinne zusammen, aber in wie weit die Ausgleichung sich wirklich vollzieht, darüber fehlt jedes Urteil.

An dieser einen Stelle ist also auch in dem Material der 23 Gesellschaften die Fiktion, die Schätzung an die Stelle der Beobachtung getreten. Und ich kann nicht einsehen, daß dazu eine Notwendigkeit vorlag. Hätte man die sämtlichen Erfahrungen mit einer solchen Unsicherheit über das Geburtsdatum außer Betracht gelassen, so hätte man durch diesen Ausschluß in keiner Weise bewußt auf die Zusammensetzung des Restes der Beobachtungen eingewirkt, es wäre also die Sterblichkeit innerhalb der letzteren Beobachtungsmenge für keine erheblich andere anzusehen als diejenige, welche sich bei genauer Kenntnis aller Geburtsdaten für die ganze Gruppe ergeben müßte. Man hätte dann über eine nach dieser Hinsicht völlig einwandfreie Summe von Beobachtungen verfügt, und über eine andere, innerhalb deren die Sterblichkeit sich nur in gewissen Grenzen schätzen ließ. War die letztere Beobachtungsmenge klein — um so viel besser, dann war das übrige, von jeder Schätzung freie Material noch immer groß genug, um die Messung der Sterblichkeit zu wertvollen Ergebnissen gelangen zu lassen. War sie aber groß — um so viel schlimmer, daß ihre Beimischung das Gesamtergebnis wieder auf den unsicheren Boden der Schätzung gestellt hat, den verlassen zu haben es sich doch sonst den Anschein giebt.

Es beunruhigt die Beurteilung der Ergebnisse dieser Sterblichkeitsermittlung, daß nichts darüber gesagt ist, ob diese Unsicherheit über das Geburtsdatum häufig vorkam oder nicht. Es wäre diese Angabe sehr viel wichtiger als manche andere in der 71 Seiten um-

1) Siehe oben Seite 89.

fassenden Einleitung des Werkes, Angaben, deren Fehlen man im Interesse der raschen Orientierung über das, was das Werk leistet, nur wünschen könnte. Es bleiben uns nur Vermutungen als Antwort auf unsere Frage. Weil die Leiter der Arbeit sich prinzipiell gegen das hergebrachte System der Altersschätzungen erklären, so hätten sie auch bei großer Nachlässigkeit in der Berichterstattung über ihr Werk eine sehr erhebliche Abweichung von ihren Prinzipien nicht verschweigen können. Somit ist wohl anzunehmen, daß dieser Mangel der Urdaten nicht so häufig vorkam, um auf das Gesamtergebnis einen nennenswerten Einfluß üben zu können.

2) Noch eine andere Gruppe von Erfahrungen wäre bei der Ermittlung der Sterblichkeit besser unberücksichtigt geblieben.

Manche Versicherungsverträge lassen ihrer Natur nach den Versicherer im Zweifel darüber, ob oder wann die Versicherten gestorben sind. So die Versicherung auf den Fall des Erlebens eines gewissen Zeitpunktes, gegen einmalige Kapitalzahlung und ohne Rückgewähr eines Teiles der Einzahlung im Falle des Todes vor jenem Zeitpunkte. Hier erfährt der Versicherer den erfolgten Tod des anderen Kontrahenten mit Notwendigkeit erst dadurch, daß an und nach jenem Termin keine Forderung erhoben wird. Für die Zeit des Todes und damit für das erreichte Alter bleibt die ganze Frist zwischen dem Abschluß des Vertrages und dem Termin der Fälligkeit der Forderung als Spielraum. Wird in diesem Vertrag die einmalige Kapitalzahlung ersetzt durch eine Anzahl jährlicher Prämien ohne Aenderung der übrigen Bestimmungen, so erfährt der Assecurateur an jedem Prämientermin entweder, daß der Versicherte noch lebt und seinen Vertrag aufrecht erhält, oder aber, daß der Vertrag im verflossenen Jahre erloschen ist; ob letzteres durch den Tod oder durch Aufgabe bei Lebzeiten geschehen, das braucht nicht notwendig zur Kenntnis des Versicherers zu kommen. Für die Zeit zwischen dem letzten Prämien- und dem Fälligkeitstermin hat er genau dieselbe geringe Kunde über den Versicherten wie bei der zuvor erörterten Vertragsform. — Dergleichen Kontraktsarten, welche ein „Risiko von zweifelhafter Dauer“ zur Folge haben können, werden der Praxis noch mehrere bekannt sein.

Daraus, daß den einzelnen Gesellschaften Instruktionen erteilt wurden ¹⁾, wie Fälle dieser Art zu behandeln seien, wenn sie am Endtermin der Beobachtung noch nicht erledigt wären, ersieht man, daß diejenigen, deren Fälligkeitstermin vor dem Schluß der Beobachtung lag, jedenfalls mit berücksichtigt sind. Wie das geschehen, das wird freilich nicht gesagt; ohne Fiktionen, ohne Schätzung der mangelnden Daten war es jedenfalls möglich.

Eben deshalb müssen wir uns gegen jede Aufnahme von Beobachtungen erklären, welche aus Verträgen resultieren, deren Natur nicht in allen Fällen die Dauer der Versicherung genau festzustellen gestattet. Nicht gehören zu diesen Vertragsarten diejenigen Ver-

1) Siehe oben Seite 87.

sicherungen auf den Erlebensfall, welche bei Eintritt des Todes vor dem entscheidenden Termin eine Rückzahlung von Geld ausbedingen: hier ist eine Gewähr dafür gegeben, daß die Dauer jeder Versicherung sowie die Art ihrer Beendigung zur genauen Kunde gelangt.

Wie bei den durch ungenaue Kenntnis des Geburtsdatums verursachten Unsicherheiten, so sind wir auch bei den hier besprochenen außer Stande, den Grad der dadurch verursachten Trübung des Gesamtergebnisses anzugeben, möchten aber wiederum vermuten, daß er nicht allzu hoch ist. Sagen können wir indessen, daß eine Trübung nur in der Gruppe IV, der kleinsten, aufgetreten sein kann, denn die verschiedenen Formen der Versicherung auf den Lebensfall (die allein den Anlaß zu dem Fehler geben kann) setzen keine ärztliche Untersuchung voraus.

Sofern die gedachten Verträge Zweifel walten lassen nicht nur über das Wann? sondern auch über das Ob? der Todesfälle, ist die Einbeziehung der daraufhin gemachten Erfahrungen ein noch schwererer Fehler, nämlich ein Verstoß gegen die Grundprinzipien der richtigen Abgrenzung des Beobachtungsmaterials. Das Wesen dieses Verstoßes haben wir nunmehr an einem noch einleuchtenderen Beispiel zu erörtern.

3) Wenn jemand eine Zeit lang versichert war, darauf seine Police aufgab, später aber innerhalb derselben Versicherungsgattung (I, II, III oder IV) einen neuen Versicherungsvertrag abschloß, so wurde die Zwischenzeit, während deren er nicht versichert war, in die Beobachtungsdauer mit eingerechnet¹⁾.

Im Vergleich zu den wirklich im Zustande der Versicherung gemachten Beobachtungen bedeutet dieses Verfahren eine einseitige Vermehrung der verlebten Zeit bei gleichbleibender Zahl der Sterbefälle, also eine Erniedrigung der Sterblichkeitssätze. Ueber die Begründung der Maßregel wird in der Einleitung des Werkes kein Wort verloren. War die Differenz zwischen der in beiden Fällen verlebten Zeit so gering, daß sie keinen bemerkenswerten Einfluß üben konnte, so läßt sich der Grund hören. Aber diese Differenz mußte zahlenmäßig nachgewiesen werden. War jedoch die Meinung die, daß die Aus- und wieder Eingetretenen in der Zwischenzeit jedenfalls auch gelebt haben und „daher“ den beobachteten Verstorbenen unter Anderen als die entsprechenden Lebenden gegenüberzustellen seien, — was bei der auf diesem Gebiete so vielfach beobachteten theoretischen Unsicherheit nicht ausgeschlossen erscheint — so erfordert diese Ansicht eine theoretische Zurückweisung.

Um sich ihre Irrtümlichkeit augenblicklich klar zu machen, braucht man sich nur einmal einen extremen Fall zu denken: die sämtlichen 100000 Versicherten einer Gesellschaft im Alter 40 sollen vor Erfüllung des Alters 41 aus-, und 90000 von ihnen sollen nach Erfüllung des Alters 50 wieder eingetreten sein. Dann waren, dem Verfahren unserer „Deutschen Sterblichkeitstafeln“ gemäß, wäh-

1) Siehe oben Seite 88.

rend der Alter 41 bis 50 90 000 Menschen „unter Beobachtung“, unter denen die Sterblichkeit 0 herrschte. — Nur graduell, nicht prinzipiell, ist das Verfahren der „deutschen Sterblichkeitstafeln“ von diesem Beispiel verschieden. Der Fehler ist in beiden Fällen der gleiche. Wir haben bei Deparcieux' Tafeln schon erwogen, daß eine Messung der Sterblichkeit nur dann den Sinn einer empirischen Bestimmung des Einflusses gewisser Eigenschaften auf das Sterben haben könne, wenn sie vorgenommen sei an einer Gesamtheit, welche Lebende und Verstorbene durch die gleichen Merkmale umfasse. Das thun die Gesamtheiten der 23 Gesellschaften nicht: sie enthalten je die im Zustande des Versichertseins — oder, mit dem terminus technicus, „unter Risiko“ — Verstorbenen einer gewissen Gattung, und ihnen gegenüber die im Zustande des Versichertseins Lebenden derselben Gattung, außerdem aber noch eine Summe von unversicherten Lebenden. Je nach der Größe des letzteren Zusatzes von Lebenden, die ex definitione zu den Todesfällen nicht beigetragen haben können, muß der Quotient aus diesen Zahlen mehr oder minder von dem wahren Sterblichkeitsquotienten abweichen.

Durch die Hereinbeziehung der zwischen Aus- und Wiedereintritt verlebten Zeit haben die „deutschen Sterblichkeitstafeln“ theoretisch einen Rückschritt gemacht gegen die Engländer, die ja ganz streng nur die „unter Risiko“ verlebte Zeit berücksichtigen. Uebrigens ist hier daran zu erinnern, daß man in der Regel nicht alle gleichzeitigen Risiken kennt. Die oben erörterten Fälle der Versicherung auf den Erlebensfall zeigen die Möglichkeit, daß ein Risiko besteht oder durch Tod endigt, ohne daß der Versicherer davon genau unterrichtet ist. Alle solche Fälle von nicht notwendig nach Dauer und Art der Beendigung genau bekanntem Risiko sind, wie wir auch schon aus anderem Grunde forderten, ausnahmslos von der Beobachtung auszuschließen. Erst um diesen Teil vermindert, bilden die sämtlichen über die Versicherten einer oder mehrerer Gesellschaften vorliegenden Erfahrungen ein zur Messung der Sterblichkeit geeignetes Material.

Auch bei dem hier besprochenen Fehler in der Methode der „Deutschen Sterblichkeitstafeln“ müssen wir wie bei den zuvor genannten bedauern, daß uns keine Mittel zur Bestimmung seiner Tragweite an die Hand gegeben sind. Die Größe der Zeit, die auf diese Weise fälschlich als „unter Beobachtung verlebt“ bezeichnet ist, wird uns nicht mitgeteilt. Möglich wäre es ja, daß das ganze Resultat dadurch verdorben wäre. Aber gerade weil bei einem großen Betrag dieser verlebten Zeit der Fehler so augenfällig wird, darf man wohl aus der Thatsache, daß er begangen ist, vermuten, daß der Betrag nicht groß war. Demnach hätte man auch durch diesen dritten Mangel das numerische Resultat nicht für wesentlich beeinflusst zu halten.

Da wir Lazarus den geistigen Vater des Werkes genannt haben, so erfordert die Gerechtigkeit, zu sagen, daß gerade dieser Punkt einer der wenigen ist, in welchen die Leiter der Arbeit von den Vorschlägen Lazarus' abgewichen sind — wie wir gesehen haben, sehr

zum Schaden der Sache. Lazarus hatte in seinem Arbeitsplan ¹⁾ sehr richtig empfohlen, nur für jede zusammenhängende Beobachtungszeit eine Karte auszufertigen.

4) Die genannten drei Mängel betreffen die Urdaten der Publikation und sind daher nicht zu eliminieren. Dies ist dagegen leicht möglich bei einem vierten Mangel, den wir in der Berechnung der verlebten Zeit bereits kennen gelernt haben ²⁾. Die von den Urhebern unserer Tafeln berechneten „durchlebten Beobachtungsjahre“ sind zahlreicher als die von der beobachteten Gesamtheit in Wahrheit verlebten Jahre, und zwar annähernd um die Hälfte der Verstorbenen — eine durch nichts gerechtfertigte Ueberschätzung der verlebten Zeit.

Es ist zu bemerken, daß die unter 3) und 4) dargelegten Fehler im gleichen Sinne auf das numerische Resultat einwirken: sie lassen den Zähler unberührt und vergrößern fälschlich den Nenner. Mithin muß die berechnete Sterblichkeit durchweg etwas kleiner sein als diejenige, die wirklich geherrscht hat. Indessen ist, um das zu wiederholen, zu vermuten, daß diese Abweichungen gering sind, zumal wenn man die letztgenannte Fehlerquelle eliminiert.

Eine künftige Ermittlung der Sterblichkeit nach dem Alter, die im übrigen von den nämlichen Grundsätzen wie die „deutschen Sterblichkeitstafeln“ geleitet sein wird, könnte sich die Berechnung der verlebten Zeit innerhalb der einzelnen Eintrittsaltersklassen folgendermaßen erleichtern. Da man (nach Knapp) die in einer Altersstrecke verlebte Zeit schätzen kann, indem man die halbe Summe der Erfüllungen des unteren und des oberen Grenzalters mit der Weite der Altersstrecke multipliziert, so wird man die beiden Kolonnen 5 und 6, welche in den Urtafeln der 23 Gesellschaften auftreten ³⁾, entbehren und die Rechnung in einer Tabelle ausführen können, deren Köpfe lauten:

1. Beobachtungsalter.
2. Verstorbene.
3. Lebend Ausgetretene.
4. Am Endtermin noch Versicherte.
5. Summe der Kol. 2, 3, 4.
6. Erste Zeile: 0.

Folgende Zeilen: Summe der Kol. 5 von unten.

(Erfüllungen der unteren Grenzalter.)

7. n -te Zeile: halbe Summe der n -ten und $(n+1)$ -ten Zeile in Kol. 6. (Verlebte Jahre.)

1) A. a. O. Seite XIV.

2) Siehe Seite 90.

3) Siehe I. Anhang Nr. 15.

Die Weitläufigkeit der Rechnung hat natürlich prinzipiell keinen Einfluß auf das numerische Resultat. Sie trifft nur die Kasse, welche die Kalkulatoren bezahlt. Außerdem aber giebt sie vermehrte Gelegenheit zu Rechenfehlern.

Eine Prüfung des Werkes in letzterer Beziehung, auf die Richtigkeit der Kalkulatur, ist mir dadurch nahegelegt worden, daß ich auf Grund der Angaben der „Deutschen Sterblichkeitstafeln“ über Eintritte, Austritte, Todesfälle und Erlebungen des Endtermines innerhalb der einzelnen Eintrittsaltersklassen eine Berechnung der Sterblichkeit in jeder der acht Gruppen als Ganzem, ohne Rücksicht auf das Eintrittsalter, vorgenommen habe. Indem ich die so aus den Urdaten neu ermittelte verlebte Zeit verglich mit den entsprechenden „durchlebten Beobachtungsjahren“ des Quellenwerkes, konnte ich ein Urteil gewinnen über die Sorgfalt der Rechnungen, und dasselbe geht dahin, daß sich in den Zahlen der „Deutschen Sterblichkeitstafeln“ nur relativ sehr wenige und praktisch unbedeutende Druck- und Rechenfehler befinden. Darin darf man wohl auch eine gewisse Bürgschaft für die sorgfältige Aufbereitung des Urmaterials erblicken, welch' letztere sich natürlich der Kontrolle durch die Umrechnung entzieht. Auch die Beschreibung der Zählarbeit in der Einleitung des Buches deutet auf große Sorgfalt hin.

Wenn jene Mängel der Methode den „Deutschen Sterblichkeitstafeln“ hier nachgewiesen wurden, so soll damit nicht behauptet werden, daß an diesen Mängeln die „Deutschen Sterblichkeitstafeln“ allein kranken. Sie haben es nur offen zu erkennen gegeben, während andere Publikationen über die Behandlung dieser Schwierigkeiten schweigend hinweggehen. So erfährt man nirgends sonst, ob die Fälle „zweifelhafte Risiken“ in die Betrachtung einbezogen sind; bei der Gothaer Tafel erfährt man nicht, ob die Zeit, die eine Person zwischen dem Erlöschen einer Police und dem Inkrafttreten einer neuen verlebt hat, als „unter Risiko“ verbracht gerechnet ist; die falsche Angabe der von den Verstorbenen verlebten Zeit endlich teilen die „Deutschen“ mit allen anderen Sterblichkeitstafeln. — Es ist nur erfreulich, wenn die Praktiker durch Mitteilung aller ihrer Zweifel der Theorie Gelegenheit geben, zur Lösung derselben beizutragen.

Nach unserer strengen Kritik bleibt uns zum Schlusse noch die erfreulichere Pflicht, das Treffliche hervorzuheben, das die „Deutschen Sterblichkeitstafeln“ leisten. Und zum Glück ist dessen weit mehr zu rühmen, als an Schwächen zu tadeln war. Viel schwerer als alle jene Ausstellungen wiegt das Verdienst, daß die Tafeln zuerst (seit dem längst verschollenen Vorgang Finlaisons) eine exakte Ermittlung der Sterblichkeit nach dem Alter liefern, daß sie die Krücke der Altersfiktion, deren jene anderen alle bedurft haben, zerbrechen und das

Beobachtungsmaterial seiner wahren Beschaffenheit nach zu behandeln wissen. Und wie innerlich, der Methode nach, so überragen die „Deutschen Sterblichkeitstafeln“ auch äußerlich, dem Umfang des Materials nach, alle anderen Ermittlungen der Sterblichkeit unter Versicherten weit; wir werden im nächsten Kapitel das noch deutlich zu sehen Gelegenheit haben.

Wissenschaft und Praxis haben also allen Grund zur Dankbarkeit denen gegenüber, die das große Werk materiell und intellektuell gefördert haben.

Kapitel X.

Rückblick.

Wenn man ein großes Gemälde betrachtet, so thut man gut, verschiedene Standpunkte einzunehmen: einen entfernteren, um das Bild als Ganzes, in seinen großen Zügen auf sich wirken zu lassen, und einen näheren, um auch das Detail zu erkennen und so die Phantasie in der Empfindung und Deutung des Gesamteindrucks zu unterstützen.

Wie das leibliche, so empfängt auch das geistige Auge einen großen Komplex von Eindrücken gegenüber verschiedene Bilder je nach der Entfernung, die es dazu einnimmt. Wir haben unseren Gegenstand bisher nur aus nächster Nähe, im Detail, betrachtet; es bleibt uns zur Vervollständigung des Bildes noch die — anziehendere — Aufgabe, den Gesamteindruck aufzunehmen.

Die großen Züge des Bildes sind jene prinzipiellen Schwierigkeiten des Problems, die wir in der historischen Entwicklung nach und nach haben auftauchen und teilweise überwunden werden sehen.

1) Wir haben mehrfach die Frage aufgeworfen gefunden nach der richtigen Abgrenzung des Materials, an dem die Sterblichkeit gemessen werden solle. Deparcieux beobachtete die zwischen gewissen Zeitgrenzen in eine bestimmte Gesamtheit eingetretenen Leute, und zwar womöglich bis zum Aussterben, oder aber auch bis zu einem gewissen Zeitpunkt, ferner die durch eine Sterbezeit definierten Mitglieder einer Gesamtheit; die Späteren stellen meist als Problem auf, die sämtlichen Mitglieder einer Versicherungsgesellschaft oder mehrerer solcher zwischen 2 Zeitpunkten zu beobachten; die „Deutschen Sterblichkeitstafeln“ ziehen außerdem auch noch die Aus- und wieder Eingetretenen während der Zwischenzeit, in der sie nicht versichert waren, in Betracht; die Amerikaner haben sich in ihren „Final Series“ zu den zwischen 2 Zeitpunkten gelegenen Beobachtungen künstlich noch eine Summe späterer Erfahrungen hinzukonstruiert, die aber nur in ihren eigenen Köpfen existierten, u. s. w. In dieser Mannigfaltigkeit der Abgrenzung

des Beobachtungsmaterials erblicken wir ein Ringen nach der Erkenntnis, daß die Sterblichkeit gemessen werden muß an einer Gesamtheit von Lebenden und Todesfällen, die durch die nämlichen Definitionsmerkmale einander zugeordnet sind: nur so gestattet das Ergebnis der formalen Messungsoperation die gewünschte Deutung. Unter diesem Gesichtspunkte, aber ohne sich immer über denselben klare Rechenschaft zu geben, haben die Versicherungstechniker allmählich die Praxis ausgebildet, die ihnen nächstliegende Gesamtheit dieser Art, die sämtlichen zwischen zwei Zeitpunkten Versicherten einer Gesellschaft, der Beobachtung zu unterwerfen. Abweichungen von diesem Verfahren sind bald mit bösem, bald mit gutem Erfolge vorgenommen: mit bösem von den Amerikanern und von den „Deutschen Sterblichkeitstafeln“, mit gutem u. a. von den 17 englischen Gesellschaften, die verschiedene Gruppen der Gesamtheit bis zu verschiedenen Endterminen verfolgen, sowie von der Gothaer Bank, die jedes Mitglied bis zu einem individuellen Endtermin beobachtet, dabei jedoch Lebende und Verstorbene den gleichen Merkmalen unterwerfend.

2) Der Glaube an ein in Vergangenheit und Zukunft gleichmäßig herrschendes „Naturgesetz der Sterblichkeit“, so oft betrogen bei der Betrachtung kleinerer Gesamtheiten, hat sich geflüchtet zu der Hoffnung, daß nur die Geringfügigkeit des benutzten Materials seiner Erhebung zur Gewißheit immer noch im Wege stehe. Und so hat er die beständige Ausdehnung der Beobachtung auf immer größere Massen veranlaßt. Als Maß für die Größe einer Beobachtungsgesamtheit wird man die von ihr unter Beobachtung verlebten Jahre, sowie in zweiter Linie auch die Zahl der Todesfälle ansehen können. Ich will zum Zweck einer kurzen vergleichenden Uebersicht hier nach den Angaben der Quellen die Sterbefälle für die einzelnen Messungen, die wir kennen gelernt haben, zusammenstellen und nur für die der Größe nach wichtigeren auch die verlebte Zeit mitteilen:

Beobachter bzw. beobachtete Gesamtheiten	Zahl der beobachteten	
	Todesfälle	verlebten Jahre
Deparcieux { Tontiniten	7 933	
{ Mönche von St. Maur	2 045	
{ Uebrige Mönche im Ganzen	6 606	
{ Nonnen	1 519	
Finlaison: sämtliche Staatsrentner	10 077	
Morgan	5 144	
Galloway { Tab. I	798	
{ Tab. III	994	
17 Gesellschaften: kontrollierbare Tafeln	3 928	
Brune	24 289	1 294 939,5
Gotha	21 538	1 010 687,5
20 englische Gesellschaften	26 721	1 549 288,5
30 amerikanische „	46 543	4 481 525,5
23 deutsche „	96 526	5 524 298,5

Wären die Einheiten dieser Zahlen bei allen aufgeführten Messungen genau gleichwertig, so würde eine Anordnung der Tafeln nach steigender Größe der angegebenen verlebten Zeit bzw. nach steigender Anzahl der Todesfälle *ceteris paribus* zugleich eine Anordnung nach steigendem Werte sein. Aber die Einheiten sind ja nicht gleichbedeutend, und so stößt der Versuch einer vergleichenden Bewertung auf die größten Schwierigkeiten. Vor allem ist bei der obigen Zusammenstellung zu beachten, daß die 17 Gesellschaften Policen zählten, und die amerikanischen weder Policen noch Personen, sondern jene eigentümlichen Einheiten, von denen oben ausführlich die Rede gewesen. Im allgemeinen ist in dieser Beziehung die Entwicklung dahin gegangen, die Beobachtung von Personen an die Stelle derjenigen von Policen zu setzen. Nur die Amerikaner haben einen neuen Weg eingeschlagen, und es bleibt abzuwarten, ob das Geschäftsinteresse den Versicherungsgesellschaften diese Ersetzung der Sterblichkeitsmessung durch kaufmännische Gewinn- und Verlustüberschläge fernerhin empfehlen wird.

Derselbe Beweggrund, der zur steten Ausdehnung der Beobachtung auf größeres Material geführt hat, veranlaßte auch eine immer engere Gruppenbildung innerhalb des gesamten Materials. Man suchte den Grund der Verschiedenheit der Ergebnisse verschiedener Messungen auch in der ungleichartigen Zusammensetzung der beobachteten Mengen. Daher strebte man, diese Fehlerquelle zu eliminieren durch Bildung von Gesamtheiten, deren Mitglieder gewisser, als wesentlich für die Sterblichkeit betrachteter Eigenschaften möglichst gleichmäßig theilhaftig waren. Zunächst hat man die Geschlechter getrennt, darauf hat man weiter spezialisiert nach Wohnort, Gesundheitszustand bei der Aufnahme etc. Ueber eine Art der Gruppenbildung, diejenige nach Eintrittsaltern, werden wir noch unten zu sprechen haben.

3) Auch die Auffassung von der formalen Aufgabe der Messung der Sterblichkeit nach dem Alter innerhalb gegebener Gesamtheiten zeigt eine allmähliche Wandelung. Ich will hier noch nicht von der Veränderung der natürlichen Sachlage durch die Fiktion reden, sondern nur von der Behandlung derjenigen Sachlage, die den einzelnen Autoren vorschwebt, einerlei ob dieselbe nun durch Fiktion geschaffen ist oder nicht.

In dieser Behandlungsweise nun haben wir einen allmählichen Fortschritt in dem Sinne beobachtet, daß man lernt, als Nenner des Sterblichkeitsquotienten für ein bestimmtes Alter die in demselben verlebte Zeit zu benutzen. Nur die Folgerung hat keiner unserer Forscher zu ziehen gewußt, daß die Verstorbenen durchschnittlich nur die Hälfte der Altersstrecke, in der sie beim Tode standen, durchlebt haben. Diejenigen von ihnen, die dem Richtigen am nächsten gekommen sind, haben doch stets jene Zeit als verlebt berechnet, die verlebt worden wäre, wenn die Verstorbenen erst am Ende der Altersstrecke ausgeschieden wären.

4) Mit der Fähigkeit, das formale Messungsproblem scharf zu erfassen, hängt eng zusammen die Ersetzung der wahren Beschaffenheit der Beobachtungen durch eine fingierte, — zum Zweck der Mes-

sung. Zum großen Teil ist dies Verfahren ein Ausdruck der Unfähigkeit, für die Daten der Wirklichkeit eine geeignete Behandlung zu finden. Seine vermeintliche Rechtfertigung beruht stets auf dem Fehlschluß, daß, weil eine Gesamtheit beim Eintritt in die Beobachtung gewisse Durchschnittsqualitäten bezüglich des Alters und der Zeit besitzt, — daß sie deshalb der Beobachtung dieselben Daten liefern müsse wie eine andere gleich große Gesamtheit, in der jedes einzelne Mitglied jene Qualitäten beim Eintritt wirklich besitzt.

Nach der Benutzung von Fiktionen und nach deren Verhältnis zum wahren Thatbestand lassen sich unter den sämtlichen Tafeln, die wir besprochen haben, 3 Typen unterscheiden:

Typus A: Es werden überhaupt keine Fiktionen benutzt, sondern der wirkliche Sachverhalt aufgezeichnet. Hierher gehören nur Finlaison und die „Deutschen Sterblichkeitstafeln“.

Typus B: Es wird den zwischen zwei Grenzaltern Eingetretenen das Durchschnittsalter beigelegt, und als Erfahrungen aus den späteren Lebensjahren werden die Erfahrungen aus den entsprechenden Jahren der Beobachtungsdauer angesehen. Sind die Grenzalter des Eintrittes von einander um 1 Jahr entfernt, so liegen die für einjährige fiktive Alter gesammelten Daten in einer zweijährigen Altersstrecke, die über die untere und obere Grenze des fiktiven Alters je um $\frac{1}{2}$ Jahr hinausgeht.

Hierher gehören: Deparcieux' Tontinen- und Klostertafeln; Galloway's Tab. I; Brune; Gotha.

Typus C: Es wird den Eintretenden sowohl ein Durchschnittsalter, als auch ein bestimmter Tag des Kalenderjahres als Tag des gemeinsamen Eintrittes zugeschrieben, und die Erfahrungen aus gewissen Zeitjahren — meist Kalenderjahren — werden dann den Erfahrungen aus entsprechenden Altersjahren gleichgesetzt. Ist der Spielraum des wahren Eintrittsalters einjährig, so gehören bei diesem Verfahren die für fiktiv einjährige Altersstrecken gefundenen Daten in Wahrheit dreijährigen Altersstrecken an.

Hierher gehören: — vielleicht — Morgan; ferner Galloway's Table III, die 17 englischen, die 20 englischen und die 30 amerikanischen Gesellschaften.

Diese 3 Typen unterscheiden sich durch völlig verschiedene Fragestellung. Der erste ermittelt die Sterblichkeit nach dem Alter, der zweite nach der Versicherungsdauer, der dritte nach der Zahl von Kalenderjahren, durch welche die einzelne Beobachtung sich erstreckt. Es sind also auch die Resultate von Messungen verschiedener Typen streng genommen gar nicht als Beobachtungen aus demselben Alter zu vergleichen; nur mit Hilfe gewisser Wahrscheinlichkeitserwägungen kann man Beobachtungen der letzteren beiden Typen schätzungsweise auf solche entsprechender Altersstrecken zurückführen. — Streng genommen kann man nur innerhalb desselben Typus die Resultate der einzelnen Messungen einander gegenüberstellen, und dies natürlich auch wieder nur dann, wenn sie im übrigen derselben Behandlung unterlegen haben: man kann nicht erwarten, daß die Anwendung von Finlaisons sinn-

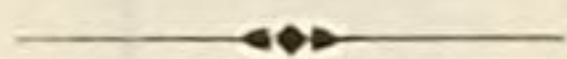
loser und von der „Deutschen Sterblichkeitstafeln“ sehr zweckmäßiger Messungsmethode auf das nämliche Beobachtungsmaterial dasselbe Ergebnis liefert, wenn auch beide keine Fiktionen anwenden.

5) Wie der Untersuchung der Sterblichkeit nach dem Alter, so mangelt es auch den neuerdings so eifrig betriebenen Forschungen nach dem Einfluß der Selection an der einheitlichen Fragestellung. Die dem Typus A angehörigen Ermittlungen können fragen: wie groß war die Sterblichkeit unter den x bis $(x+1)$ -jährig Eingetretenen während des Altersjahres, in dem sie eingetreten sind, während des folgenden, dritten, vierten u. s. w. Dagegen die Messungen des Typus B können fragen nach der Sterblichkeit einer Eintrittsaltersklasse während des 1., 2., 3. etc. Jahres der Versicherungsdauer. Die Untersuchungen des Typus C endlich können die Sterblichkeit einer Eintrittsaltersklasse im 1., 2., 3. Kalenderjahre ihrer Zugehörigkeit zu der Gesamtheit messen.

Da die Bemerkbarkeit der Selektion, wie wir sahen, eng mit der Versicherungsdauer zusammenhängt und sich mit den vollen Jahren derselben sprungweise ändert, so möchte wohl die Fragestellung des Typus B für diese Untersuchung die geeignetste sein. Indessen sind ja auch die Fragen der beiden anderen Typen mit vollem Recht aufzuwerfen und mögen vielleicht dem Geschäftsinteresse ebenso sehr entsprechen. Nur sollte man ihre wesentliche Verschiedenheit nie vergessen und nicht meinen, dieselbe durch einige willkürliche Annahmen beseitigen zu können.

Eine genaue Kenntniss dessen, was mit gegebenen Mitteln logisch erreichbar ist, das ist überhaupt dasjenige Rüstzeug, welches die kritische Betrachtung der bisherigen Untersuchungen unseres Gebietes den Unternehmern zukünftiger wünschen muß mitzugeben in den Kampf mit den zahlreichen Schwierigkeiten, die sich ihnen wie ihren Vorgängern entgegenstellen werden.

Anhang I.



No. 1.

Aus: Deparcieux, Essai sur les
Table VI. Mortalité réelle des Rentiers de la

Ages	<i>A</i>		<i>B</i>		<i>C</i>		<i>D</i>		<i>E</i>		<i>F</i>	
	Première Classe		Seconde Classe		Troisième Classe		Quatrième Classe		Cinquième Classe		Sixième Classe	
	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge
1												
2												
3		202										
4	3											
5	2											
6	4											
7	3	190		292								
8	4		2									
9	1		4									
10	0		2									
11	3		7									
12	1	181	5	272			297					
13	2		3		1							
14	3		4		0							
15	2		1		1							
16	0		2		3							
17	1	173	4	258	3	289		287				
18	2		2		1		1					
19	1		3		1		4					
20	2		1		5		5					
21	1		2		1		4					
22	1	166	2	248	2	279	7	266		249		
23	3		2		2		6		0			
24	3		2		2		1		0			
25	2		1		2		3		2			
26	0		1		2		1		3			
27	2	156	3	239	2	269	3	252	4	240		316
28	1		1		2		0		2		3	
29	2		2		4		1		1		4	
30	3		2		1		1		3		5	
31	1		3		4		2		0		4	
32	1	148	2	229	4	254	2	246	1	233	4	296
33	3		2		3		4		0		2	
34	1		2		1		1		2		2	
35	2		2		3		2		1		3	
36	2		2		2		3		2		0	
37	4	136	1	220	2	243	2	234	1	227	3	286
38	4		7		2		1		2		2	
39	2		5		6		2		3		1	
40	2		3		3		1		2		1	
	1		3		3		1		1		2	

1) Bei diesem Abdruck sind von der Originaltafel fortgelassen: 1. sämtliche Bejenseits des fictiven 82. Lebensjahres.

(Zu Seite 4.)

probabilités etc. Paris 1746 ¹).

première Tontine, créée au mois de Novembre 1689.

<i>G</i> Septième Classe		<i>H</i> Huitième Classe		<i>I</i> Neuvième Classe		<i>K</i> Dixième Classe		<i>L</i> Onzième Classe		<i>M</i> Douzième Classe		Ages
Morts de chaque âge	Rentiers vi- vans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vi- vans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vi- vans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vi- vans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vi- vans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vi- vans à chaque âge	
												1
												2
												3
												4
												5
												6
												7
												8
												9
												10
												11
												12
												13
												14
												15
												16
												17
												18
												19
												20
												21
												22
												23
												24
												25
												26
												27
												28
												29
												30
												31
6	603											32
1												33
6												34
6												35
14	570											36
4		3	519									37
6		2										38
3		4										39
1		5										40

obachtungen der 13. und 14. Klasse; 2. von den übrigen Klassen die Beobachtungen

Ages	A		B		C		D		E		F	
	Première Classe		Seconde Classe		Troisième Classe		Quatrième Classe		Cinquième Classe		Sixième Classe	
	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge
41												
42	1	126	5	197	2	227	1	228	5	214	1	279
43	2		5		3		3		4		3	
44	1		3		2		1		3		3	
45	2		3		3		1		2		4	
46	1		3		3		3		4		2	
47	2	118	2	181	4	211	4	216	0	201	4	263
48	2		2		4		6		1		4	
49	1		3		3		6		2		2	
50	2		1		3		3		2		4	
51	2		2		4		3		2		1	
52	2	109	0	173	5	192	2	196	5	189	3	249
53	1		3		4		3		6		3	
54	1		7		6		3		5		5	
55	2	105	5		5		4		3		5	
56			5		5		3		4		3	
57			4	149	6	166	3	180	4	167	8	225
58			4		4		4		3		12	
59			3	142	4		4		4		8	
60					7		6		4		8	
61					5		5		3		7	
62					5	141	3	158	1	152	7	183
63					5		3		2		7	
64					3	133	5		4		8	
65							5		7		5	
66							6		3		8	
67							6	133	5	131	10	145
68							6		8		3	
69							3	124	5		3	
70									1		6	
71									7		10	
72									8	102	9	114
73									9		7	
74									7	86	5	
75											10	
76											7	
77											10	75
78											9	
79											9	57
80												
81												
82												
etc. 1)												

1) Das höchste Alter, aus welchem die Originaltafel noch Erfahrungen beibringt,

setzung.)

G		H		I		K		L		M		Ages
Septième Classe		Huitième Classe		Neuvième Classe		Dixième Classe		Onzième Classe		Douzième Classe		
Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	
3	553	16	489		825							41
8		4		5								42
2		3		7								43
7		4		8								44
6		3		12								45
4	526	3	472	23	770	4	634					46
12		5		12		10						47
5		7		8		11						48
8		7		9		19						49
6		4		8								50
16	479	9	440	10	723	15	575	7	701			51
12		13		13		14		9				52
2		9		15		9		12				53
15		7		14		12		27				54
5		12		10		10						55
5	440	11	388	11	660	17	513	24	622	6	361	56
12		6		13		12		18		9		57
11		12		16		12		18		14		58
11		10		11		16		14		11		59
9		8		19		10		15				60
10	387	10	342	19	582	8	455	19	538	22	299	61
20		7		27		14		17		7		62
11		2		13		16		21		11		63
14		11		21		13		17		6		64
10		10		21		16		10		7		65
12	20	21	291	33	467	26	370	19	454	17	251	66
14		15		15		18		16		7		67
19		17		22		24		21		8		68
18		16		14		19		20		10		69
18		13		28		20		20		14		70
9	242	19	211	30	358	20	269	35	342	13	199	71
22		8		30		19		39		14		72
19		16		30		19		20		10		73
17		19		20		16		29		7		74
18		22		24		18		24		10		75
24	142	19	127	29	225	20	177	23	207	19	139	76
20		16		24		24		17		15		77
20		14		16		20		24		9		78
8		9		32		17		20		8		79
14		18		24		21		12		18		80
10	70	2	68	23	106	12	83	26	108	10	79	81
												82
												etc. ¹⁾

ist das 100. Lebensjahr.

No. 2. (Zu Seite 29.)

Aus: Finlaison, Report on the Evidence and Elementary Facts on which the Tables of Life Annuities are founded, 1829. (Seite 12.)

1. Ages	—	<u>10¹⁾</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
2. C. Total number now, in April 1829, surviving after completing this age	—	26	28	30	36	38	40	42
3. D. Total number who deserted after completing this age	—	0	1	3	4	7	8	3
4. E. Total who died in this age	—	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>7</u>	<u>7</u>	<u>6</u>
5.  Sum of these three classes who were thus incapable of having entered upon the Chance of Life in each elder year of age respectively	—	30	33	36	44	52	55	51
5a.			+ 30	+ 63	+ 99	+ 143	+ 195	+ 250
6.  Aggregate number who were so prevented from entering on every age*	0	30	63	99	143	195	250	301
7. And were not, therefore, and could not be, among the living, who either died, or who passed through the ages ²⁾	10	11 ¹⁾	12	13	14	15	16	17
8. A. Total number existing at each age, and who composed the Society in April 1799.	17	17	16	18	24	30	36	48
9. B. Total number subsequently enrolled at every age, supposing they had all come in on 1 st of April in each year	76	183	97	140	157	266	249	158
10.  Sum of these classes	93	200	113	158	181	296	285	206
10a.		+ 93	+ 293	+ 406	+ 564	+ 745	+ 1041	+ 1326
11.  Aggregate number of lives, who were capable of entering upon each year of age, if none had been prevented by death, desertion, or want of time at the conclusion of the observation	93	293	406	564	745	1041	1326	1532
12.  Subtract now the number who were so prevented *	0	30	63	99	143	195	250	301
13.  Remains the number who actually entered on each year of age	93	263	343	465	602	846	1076	1231
14. F. Total number of years in the broken time lost in the first year of admission, which subtract	38	91	46	70	78	133	124	79
15.  Remains the exact number who stood the chance of mortality at each and every age	55	172	297	395	524	713	952	1152

(Fortsetzung siehe nächste Seite.)

1) Die Zahlen bezeichnen die unteren Grenzen der 1-jährigen Altersstrecken.

2) D. h. welche die Altersstrecken 10—11, 11—12, u. s. w. durchlebten.

16. Then copying down the mortality which really happened, from column *E* as above } 4 4 3 4 7 7 6 5
17. And it is undeniable that the number who survived that chance, and lived over the given year af age, is } 51 168 294 391 517 706 946 1147

No. 3. (Zu Seite 34.)

Aus: Finlaison, Report etc., London 1829; Seite 32: Anfang der „Observation 7“.

Males.

Ages ¹⁾ .	Entered in each year of age.	Living between the age opposite and the next on January 1. 1826.	Died.	Living, who would have stood the chance of mortality during each year of age, if they all had entered at the beginning of the year.	But the time which they collectively lost before the date of entry is in years:	Remains the number of those who stood the chance of mortality in each year of age.	³⁾ The double of the number who thus	
							entered upon each year of age.	survived each year of age.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
23	1	—	—	1	—	1		
24	2	—	—	3	1	2	3	3
25	2	1	—	5	2	3	5	5
26	4	1	—	8	2	6	9	9
27	1	1	—	8	1	7	13	13
28	1	2	—	8	—	8	15	15
29	2	3	—	8	1	7	15	15
30	3	2	—	8	2	6	13	13
31	7	2	—	13	3	10	16	16
32	6	6	—	17	4	13	23	23
33	5	1	—	16	3	13	26	26
34	7	3	—	22	8 ²⁾	14	27	27
35	8	6	1	27	3	24	38	37
36	5	2	—	25	3	22	46	45
37	8	9	—	31	3	28	50	50
38	17	6	—	39	6	33	61	61
39	13	4	3	46	6	40	73	70
40	21	9	1	60	10	50	90	86
etc.								

1) Die hier angegebene Zahl bezeichnet das untere Grenzalter.

2) Ist wohl ein Versehen und soll 3 heißen.

3) Diese Spalte findet sich nicht bei Finlaison selbst, sondern ist von mir genau nach Finlaisons Angabe hergestellt worden. Finlaison selbst berechnet diese „Doppelte Anzahl“ nur für beide Geschlechter zusammen.

No. 4. (Zu Seite 35.)

Aus: Report from the Select Committee on the Laws respecting Friendly Societies, 1825, Seite 127. (Finlaison.)

Statement of the number of men placed on the Out Pension List of Chelsea (Hospital), between the 31st December 1813 and 1st July 1821, together with the numbers of them who have died and deserted between those dates, and the number left alive and on the Pension List at the date last mentioned.

Ages	Number enrolled at each age	Of whom died at each age	Of whom also deserted before entering each age	Number remaining on the Pension List, on the 1 st of July 1821	Whence it results that the number of the Living out of whom the deaths happened, at each age, was of necessity as follows
1.	2.	3.	4.	5.	6.
15	2	—	—	—	2
16	4	—	—	—	6
17	21	—	—	—	16
18	49	1	2	—	49
19	99	5	1	2	117
20	227	3	6	6	261
21	439	17	10	12	562
22	600	29	17	27	1012
23	712	39	24	46	1544
24	880	51	37	94	2140
25	1089	69	53	159	2825
26	1205	70	55	236	3514
27	1209	97	66	425	4076
28	1385	96	81	582	4551
29	1464	112	94	709	5045
30	1764	148	119	745	5617
31	1381	128	119	873	5960
32	1778	125	130	1046	6191
33	1836	144	123	1140	6531
34	1919	179	144	1301	6791
35	1782	166	154	1360	6891
36	2133	158	133	1481	7008
37	2091	159	140	1595	7274
38	2263	185	129	1494	7667
39	2332	175	151	1497	8059
40	3037	182	137	1648	8775
etc.					

Nr. 5. (Zu Seite 39.)

Aus A. Morgan's Equitable-Tafel (London 1834).

Table A. Showing the Duration of all the Lives assured in the Equitable Society, from Sept. 1762 to Jan. 1st, 1829.

Age on Admission ¹⁾	Age 7 ¹⁾				Age 8				Age 9				Age 10				Age 11			
	Attained the above Age	Living Jan. 1, 1829, at the above Age	Discontinued their Assurances	Died	Attained the above Age	Living Jan. 1, 1829, at the above Age	Discontinued their Assurances	Died	Attained the above Age	Living Jan. 1, 1829, at the above Age	Discontinued their Assurances	Died	Attained the above Age	Living Jan. 1, 1829, at the above Age	Discontinued their Assurances	Died	Attained the above Age	Living Jan. 1, 1829, at the above Age	Discontinued their Assurances	Died
7	40	—	—	—	40	—	—	—	40	—	7	—	33	1	1	1	30	—	2	—
8	—	—	—	—	53	—	—	—	53	—	—	—	53	1	2	—	50	—	3	—
9	—	—	—	—	—	—	—	—	26	—	—	—	26	1	1	—	24	—	2	—
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	31	—	—	1	30	1	—	—
11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	40	—	—	—
	40	0	0	0	93	0	0	0	119	0	7	0	143	3	4	2	174	1	7	0

Age on Admission	Age 12				Age 13				Age 14				Age 15				Age 16			
	Attained the above Age	Living Jan. 1, 1829, at the above Age	Discontinued their Assurances	Died	Attained the above Age	Living Jan. 1, 1829, at the above Age	Discontinued their Assurances	Died	Attained the above Age	Living Jan. 1, 1829, at the above Age	Discontinued their Assurances	Died	Attained the above Age	Living Jan. 1, 1829, at the above Age	Discontinued their Assurances	Died	Attained the above Age	Living Jan. 1, 1829, at the above Age	Discontinued their Assurances	Died
7	28	—	—	—	28	—	—	—	28	—	1	—	27	3	2	—	22	—	1	—
8	47	—	—	—	47	3	—	—	44	—	2	—	42	—	—	1	41	3	5	—
9	22	1	—	—	21	—	1	—	20	—	2	—	18	1	—	—	17	1	1	—
10	29	—	4	—	25	—	2	—	23	1	2	—	20	—	—	—	20	—	—	—
11	40	—	2	1	37	—	2	—	35	1	3	—	31	—	1	—	30	1	—	—
12	35	—	—	—	35	—	—	—	35	—	3	1	31	1	—	—	30	—	1	1
13	—	—	—	—	53	—	—	—	53	2	1	1	49	2	2	1	44	1	3	1
14	—	—	—	—	—	—	—	—	48	—	—	—	48	—	—	—	48	—	5	1
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	50	—	—	—	50	3	2	1
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	66	—	—	—
	201	1	6	1	246	3	5	0	286	4	14	2	316	7	5	2	368	9	18	4

1) Unter „Age on Admission 7“ sowie unter „Age 7“ ist der Altersspielraum 7—8 zu verstehen (nach Morgans Text zu den Tafeln, Seite V, Example).

No. 6. (Zu Seite 43.)

Aus: Galloway, Mortality Experience of the Amicable Society, London 1841.

Table I. Showing the Duration of the Lives of the Members of the Amicable Society, assured for the whole of Life, from January 1808, to April 5, 1841.

Office Age at Admission	Age $9\frac{1}{2}$				Age $10\frac{1}{2}$				Age $11\frac{1}{2}$				Age $12\frac{1}{2}$				Age $13\frac{1}{2}$			
	Completed the above age	Living Apr. 5, 1841, between the above age and the next	Discontinued between the above age and the next	Died between the above age and the next	Completed the above age	Living Apr. 5, 1841, between the above age and the next	Discontinued between the above age and the next	Died between the above age and the next	Completed the above age	Living Apr. 5, 1841, between the above age and the next	Discontinued between the above age and the next	Died between the above age and the next	Completed the above age	Living Apr. 5, 1841, between the above age and the next	Discontinued between the above age and the next	Died between the above age and the next	Completed the above age	Living Apr. 5, 1841, between the above age and the next	Discontinued between the above age and the next	Died between the above age and the next
¹⁾ 10	1	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
13	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1	1	0	0	0	5	0	1	0	4	0	0	0	8	1	0	0	10	0	0	0

1) „Office Age at Admission: 10“ heisst: Eintrittsalter 9 bis 10.

No. 7. (Zu Seite 43.)

Aus: Galloway, Mortality Experience of the Amicable Society,
London 1841.

Table II. Showing the Totals of the Numbers in each Column of the foregoing Table, and the Probabilities and Mean Duration of Life as deduced therefrom ¹⁾.

Age (x).	Number who completed the Age $x - \frac{1}{2}$.	Living Apr. 5, 1841, between the Age $x - \frac{1}{2}$ and the Age $x + \frac{1}{2}$.	Discontinued between the Age $x - \frac{1}{2}$ and the Age $x + \frac{1}{2}$.	Died between the Age $x - \frac{1}{2}$ and the Age $x + \frac{1}{2}$.	The Double of the number exposed to the chances of mortality between $x - \frac{1}{2}$ and $x + \frac{1}{2}$.	The Double of the number who died between $x - \frac{1}{2}$ and $x + \frac{1}{2}$.	Four times the number exposed to the chances of mortality between x and $x + 1$.	Four times the number who died between x and $x + 1$.
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
10	1	—	—	—				
11	5	—	1	—				
12	4	—	—	—				
13	8	1	—	—				
14	10	—	—	—				
15	11	—	—	—				
16	16	—	—	—				
17	20	2	—	—				
18	24	—	—	—				
19	28	1	2	—				
20	30	—	—	—				
21	40	3	1	—	76	—	188	2
22	58	1	3	1	112	2	272	4
23	83	4	2	1	160	2	393	2
24	122	6	5	—	233	—	570	2
25	173	4	5	1	337	2	776	4
26	227	8	7	1	439	2	1004	2
27	294	5	18	—	565	—	1234	6
28	346	9	14	3	669	6	1487	10
29	423	17	11	2	818	4	1776	8
30	495	19	13	2	958	4	2088	10
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.

1) Von der Originaltafel sind hier nur diejenigen Spalten bruchstückweise mitgeteilt, die für unsere Zwecke von Interesse sind.

No. 8. (Zu Seite 46.)

Aus: Galloway, Mortality Experience of the Amicable Society,
London 1841.

Table III. Showing the Number of Persons living in the Amicable Society, at the different Ages, on the 5th day of April 1808, and the Number of them who died, discontinued and remained alive on the 5th day of April 1841 at the different Ages; also ¹⁾ the Probabilities and Mean Duration of Life as deduced therefrom.

Age.	Living April 5, 1808, at the Age opposite.	Died between the Age opposite and the next.	Discontinued between the Age opposite and the next.	Living April 5, 1841, at the Age opposite.	Completed the Age opposite during the Period.	Double of the Number exposed to the chances of mortality between the Age opposite and the next.	Double of the Number who died between the Age opposite and the next.
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
26	2	—	—	—	—	4	—
27	—	—	—	—	2	4	—
28	—	—	—	—	2	4	—
29	5	—	—	—	2	14	—
30	1	1	—	—	7	16	2
31	5	—	1	—	7	23	—
32	2	1	—	—	11	26	2
33	5	—	1	—	12	33	—
34	1	—	1	—	16	33	—
35	6	—	—	—	16	44	—
36	9	1	—	—	22	62	2
37	11	—	—	—	30	82	—
38	5	—	1	—	41	91	—
39	8	—	1	—	45	105	—
40	14	1	—	—	52	132	2
41	24	—	—	—	65	178	—
42	24	3	1	—	89	225	6
43	23	2	—	—	109	264	4
44	24	5	4	—	130	304	10
45	28	4	—	—	145	346	8
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.

1) Die letzten Spalten der Originaltafel sind hier fortgelassen.

No. 9. (Zu Seite 49.)

Aus Brune's Sterblichkeitstafel von 1837 (Crelle's Journal f. Mathem.
Bd. 16, S. 61).

Sterblichkeit der Männer.

Alters- Jahre ¹⁾	Erfahrung von 1776 bis 1834				Es starb also im Durchschnitt jährlich	
	Lebende im Anfange der Jahre	Ausge- schiedene	Gestorbene	Korrigierte Zahlen der Lebenden	im einzelnen Alter Einer von	im Quin- quennio des Alters Einer von
20	6	—	—	6	—	
21	39	—	1	39	39,00	
22	114	2	1	114	114,00	
23	288	3	4	287	71,75	156,70
24	667	16	6	663	110,50	
25	1 404	26	4	1 398	349,50	
26	2 423	39	15	2 413	160,87	
27	3 811	60	24	3 796	158,17	
28	5 266	91	25	5 243	209,72	143,54
29	6 759	99	63	6 734	106,89	
30	8 261	142	57	8 225	144,30	
31	9 520	135	63	9 486	150,57	
32	10 684	154	102	10 645	104,36	
33	11 594	178	105	11 550	110,01	109,14
34	12 394	180	131	12 349	94,27	
35	12 985	192	121	12 937	106,93	
36	13 327	189	129	13 280	102,95	
37	13 459	210	155	13 406	84,55	
38	13 429	198	166	13 380	80,60	83,73
39	13 372	208	171	13 320	77,89	
40	13 313	194	175	13 265	75,80	
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.

1) Die Zahlen geben die unteren Grenzalter der einjährigen Altersstrecken an.

No. 10.

Aus dem Werk: Tables exhibiting the law of mortality deduced from
London, 1843. Seite 2 und 3.

Table A(1). Showing, out of the number of assurances effected in
tion, cancelled by discontinuance and by death, and

Current Age at Entry ¹⁾	Years of duration																													
	0			1			2			3			4			5			6			7			8			9		
	Disc. ²⁾	Died ³⁾	Exist. ⁴⁾	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.			
.																														
21	4	—	8	57	1	4	10	—	4	5	—	2	6	—	1	3	—	3	1	1	7	3	—	—	—	1	1	—	2	
22	3	—	21	30	2	17	18	—	9	13	—	8	8	—	7	9	—	6	3	1	5	6	—	5	2	—	2	—	5	
23	5	—	25	26	5	18	20	4	16	16	1	12	9	—	14	4	2	9	2	—	7	—	—	7	—	—	4	1	—	4
24	3	—	19	45	1	17	22	1	14	12	—	8	12	1	7	9	1	12	4	1	11	2	1	11	3	—	7	1	—	7
25	4	1	36	34	3	17	18	4	32	14	3	13	10	—	21	16	—	20	6	1	10	8	—	11	3	—	13	2	2	14
26	3	2	26	53	4	31	26	5	23	23	1	22	5	1	15	10	—	20	6	—	8	5	3	15	3	—	22	2	2	8
27	5	1	45	54	2	28	29	4	24	17	3	30	11	2	19	5	2	30	11	1	18	10	2	21	2	1	15	5	1	21
28	4	—	55	53	—	39	23	1	32	14	7	18	9	—	14	5	2	23	10	2	20	12	1	20	4	1	20	2	—	14
29	1	3	32	52	4	31	41	3	28	21	5	29	11	2	16	9	5	19	13	1	27	9	4	26	6	2	15	1	6	27
30	5	—	45	44	1	31	29	4	36	28	1	36	13	1	34	13	1	29	6	4	27	16	2	15	1	1	24	—	2	18
.																														
.																														
.																														

- 1) „Current Age 21“ bedeutet: Alter 20 bis 21.
- 2) Ueber die Bedeutung dieser „Dauerjahre“ siehe oben Seite 55 Mitte.
- 3) Disc. = Discontinued = lebend ausgetreten.
- 4) Exist. = Existing = bei Schluß der Beobachtung noch versichert.

(Zu Seite 55.)

the combined experience of seventeen Life Assurance Offices.

Male Lives, — Town.

each current year of age, the respective numbers, in each year of duration existing at the termination of the observations.

of policies²⁾

10			11			12			13			14			15			16			17			18			19			20
Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	Disc.	Died	Ex.	
—	—	1	—	—	6	—	—	3	—	—	1	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
—	—	4	—	—	—	—	—	4	—	—	5	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
1	1	6	—	1	6	1	—	7	—	1	5	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
—	—	7	2	—	6	—	—	13	—	—	4	—	—	2	—	—	1	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	
2	—	8	1	—	12	—	—	24	—	—	9	—	—	5	—	—	3	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
3	1	9	3	—	13	1	—	26	—	—	10	1	—	7	—	—	1	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
2	1	8	1	—	21	1	—	14	1	—	21	—	—	6	—	—	4	—	—	3	—	—	2	—	—	—	—	—	—	
3	1	5	1	1	10	1	—	27	1	—	23	—	—	10	—	—	4	—	—	3	—	—	1	—	—	—	—	—	—	
4	1	14	1	—	17	2	—	34	3	—	25	—	1	6	—	—	6	—	—	3	—	—	1	—	—	—	—	—	—	
1	1	23	—	2	20	—	2	31	1	—	21	1	1	16	—	1	6	—	1	3	—	—	2	—	—	—	3	—	—	1

Und so weiter.

No. 11. (Zu Seite 56.)

Aus der Sterblichkeitstafel der 17 engl. Gesellschaften, London 1843.

Male Lives — Town.

Table B (1). Being an Enumeration of Entries, Existences, Discontinuances, and Deaths, in each Year of Age, deduced from Table A (1).

Current Year of Age ¹⁾	Entered	Existing at the termination of the observation	Discontinued	Sum of Exist- ing and Dis- continued	Died	Current Year of Age	Entered	Existing at the termination of the observation	Discontinued	Sum of Exist- ing and Dis- continued	Died
							12 496	6 090	3 160	9 250	505
1	0	0	0	0	0	46	347	363	120	483	40
2	0	0	0	0	0	47	335	357	107	464	33
3	0	0	0	0	0	48	303	307	95	402	34
4	0	0	0	0	0	49	322	303	93	396	37
5	1	0	0	0	0	50	279	244	87	331	23
6	2	0	0	0	0	51	236	262	108	370	35
7	4	0	0	0	0	52	257	256	90	346	29
8	10	3	0	3	0	53	184	250	73	323	34
9	10	2	0	2	0	54	182	215	66	281	41
10	18	8	1	9	0	55	148	207	78	285	27
11	8	3	2	5	0	56	167	181	45	226	40
12	13	5	4	9	0	57	147	149	45	194	27
13	12	2	4	6	0	58	107	162	47	209	21
14	29	4	2	6	1	59	98	138	38	176	35
15	30	5	4	9	1	60	93	131	32	163	22
16	31	11	5	16	0	61	67	126	32	158	20
17	39	9	7	16	0	62	66	134	21	155	24
18	44	25	8	33	0	63	55	97	26	123	12
19	56	26	14	40	2	64	45	83	16	99	16
20	98	12	10	22	1	65	40	70	5	75	23
21	137	37	36	73	2	66	32	48	18	66	18
22	195	37	105	142	3	67	30	56	13	69	12
23	242	54	52	106	4	68	16	39	15	54	12
24	269	57	56	113	6	69	10	33	8	41	17
25	381	88	95	183	5	70	4	29	4	33	7
26	422	83	91	174	7	71	7	40	3	43	14
27	507	148	108	256	10	72	2	21	1	22	5
28	507	150	122	272	14	73	7	19	0	19	5
29	572	167	133	300	10	74	4	9	1	10	3
30	606	202	125	327	10	75	4	9	5	14	5
31	609	190	129	319	16	76	3	5	0	5	5
32	597	232	133	365	20	77	1	4	1	5	1
33	611	253	160	413	13	78	1	7	2	9	2
34	651	312	153	465	29	79	1	1	0	1	2
35	616	296	144	440	24	80	0	2	0	2	1
36	639	360	149	509	30	81	0	0	1	1	1
37	601	342	179	521	28	82	0	0	0	0	0
38	568	427	151	578	35	83	0	0	0	0	0
39	528	348	143	491	37	84	1	3	0	3	0
40	553	393	154	547	21	85	0	0	1	1	2
41	468	383	172	555	34	86					
42	466	358	139	497	38	87					
43	480	358	125	483	33	88					
44	449	359	141	500	34	89					
45	417	341	104	445	37	90					
Carried forward	12 496	6090	3160	9250	505	Totals	16 097	10 450	4457	14 907	1190

1) Das „current year of age“ 1 ist das Alter 0 bis 1, u. s. w.

No. 12. (Zu Seite 68.)

Aus dem Werk: The Mortality Experience of Life Assurance Companies,
collected by the Institute of Actuaries, London 1869; Seite 128.

A. Summary of Table of Observations No. 1. Healthy Lives — Male.

Current Age ¹⁾	Entered	Lived	Died	Discon- tinued	Existing ²⁾	Total of Cols. 3, 4, 5.
	1.	2.	3.	4.	5.	6.
1	42	42	—	—	5	5
2	23	60	—	2	3	5
3	22	77	1	2	2	5
4	20	92	—	6	7	13
5	30	109	—	1	6	7
6	37	139	1	3	10	14
7	50	175	1	5	7	13
8	61	223	—	12	9	21
9	86	288	—	11	14	25
10	99	362	1	6	12	19
11	87	430	3	15	14	32
12	95	493	—	23	15	38
13	102	557	2	29	22	53
14	178	682	2	30	23	55
15	237	864	3	29	42	74
16	282	1072	2	46	53	101
17	370	1341	—	54	66	120
18	497	1718	6	97	86	189
19	675	2204	11	112	119	242
20	1086	3048	17	182	176	375
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.

1) „Current Age 1“ bezeichnet das Alter 0 bis 1.

2) Vollständig: Existing at the termination of the observation.

No. 13. (Zu Seite 72.)

Aus: System and Tables of Life Insurance ... from the Experience of
30 American Life Offices, ... Norwich, Conn., 1881.

Part I, Table I: Observations on male life.

Age at Entry, 10 Years ¹⁾									
Years of Insurance	No. of Entrants, 74.				²⁾ \$ 157 000 Insured				Age at Exit
	Existing	Discontinued	Died	Exposed to Risk	Existing	Discontinued	Death Claims	Exposed to Risk	
0	6	1		36,5	\$ 19	\$ 1	\$	\$ 78	10
1	5	11		61,5	16	21		126,5	11
2	3	6		48	7	19		90,5	12
3	4	6		39	3	15		66,5	13
4	4	3		30,5	2	10		51	14
5	3	2		24	6	1		43,5	15
6	6	1		19,5	13	3		35,5	16
7	2			13	4			21	17
8				11				17	18
9	1			11	1			17	19
10	1			10	1			16	20
11		1		8,5		4		13	21
12				8				11	22
13		2		7		1		10,5	23
14				6				10	24
15				6				10	25
16	2			6	2			10	26
17				4				8	27
18				4				8	28
19				4				8	29
20				4				8	30
21				4				8	31
22	2			4	2			8	32
23				2				6	33
24	2			2	6			6	34
	41	33		373,5	82	75		687,0	

1) „Age at Entry 10“ bedeutet: Eintrittsalter $9\frac{1}{2}$ bis $10\frac{1}{2}$.

2) In den mit \$ überschriebenen Spalten ist die Einheit der Zahlen 1000.

No. 14. (Zu Seite 80.)

Aus den „Mitteilungen aus der Statistik der Lebens-Versicherungs-Bank für Deutschland zu Gotha“ etc.,
Weimar 1880.

Tab. XXV. Beobachtungszahlen für die Berechnung der Sterblichkeit von 1829 bis 1877/78. — Männer.

Beitriffs- Alter 1)	15			16			17			18			19			20			21		
	Vers.	+	Abg.	Leb.	Vers.	+	Abg.	Leb.	Vers.	+	Abg.	Leb.	Vers.	+	Abg.	Leb.	Vers.	+	Abg.	Leb.	Vers.
15	24	—	2	1	21	1	1	—	19	—	2	2	14	—	—	—	14	—	—	1	14
16					28	—	2	2	19	—	—	1	18	—	—	2	17	—	1	—	14
17									28	—		2	20	—	2	—	15	—	—	—	12
18										—		4	46	—	8	—	32	—	—	—	29
19											5		94	—	6	—	75	1	—	3	62
20																13	139	1	—	7	116
21																	210	—	—	12	210
Sa.	24	—	2	1	49	1	5	2	69	—	4	5	115	—	16	23	292	2	18	25	457

1) „Beitriffs-Alter 15“ ist das Lebensalter 14½ bis 15½.

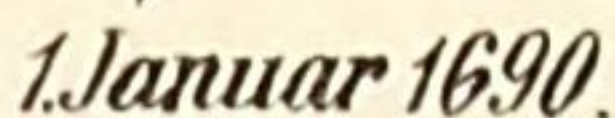
No. 15. (Zu Seite 89.)

Aus den „Deutschen Sterblichkeitstafeln“, Berlin 1883.
Gruppe M_I, Tab. I (Seite 64).

Eintritts-Alter: 59 Jahre einschl. bis zu 60 Jahren ausschl. Eingetreten: 950 Personen.								
Beobachtungs- Alter	Ausgeschieden		Versichert blieben am 31. Dezember 1875	Summe der Col. 3. und 4.	Hälfte der Col. 5.	Summe der Col. 2., 3., 4.	Summe der Col. 7. von unten	Erste Zeile: Hälfte d. Col.8. minus Col. 6. Folgende Zei- len: Col. 8. minus Col. 6.
von Jahr einschl.	bis Jahr ausschl.	durch Tod	bei Leb- zeiten	4.	5	6.	7.	8.
1.		2.	3.					9.
59 — 60		9	15	6	21	10,5	30	950
60		24	40	17	57	28,5	81	920
61		32	20	19	39	19,5	71	839
62		35	18	19	37	18,5	72	768
63		25	10	31	41	20,5	66	696
64		23	6	19	25	12,5	48	630
65		28	6	32	38	19	66	582
66		29	9	49	58	29	87	516
67		23	5	42	47	23,5	70	429
68		21	1	34	35	17,5	56	359
69		23	5	14	19	9,5	42	303
70		14	4	24	28	14	42	261
71		19	1	20	21	10,5	40	219
72		15	2	21	23	11,5	38	179
73		7	—	12	12	6	19	141
74		8	1	9	10	5	18	122
75		13	—	7	7	3,5	20	104
76		9	—	7	7	3,5	16	84
77		8	—	8	8	4	16	68
78		8	1	6	7	3,5	15	52
79		2	1	1	2	1	4	37
80		4	—	6	6	3	10	33
81		4	—	1	1	0,5	5	23
82		2	—	1	1	0,5	3	18
83		1	—	—	—	—	1	15
84		2	—	—	—	—	2	14
85		4	1	—	1	0,5	5	12
86		—	—	—	—	—	—	7
87		2	—	—	—	—	2	7
88		2	—	—	—	—	2	5
89 — 90		1	1	1	2	1	3	3
Sa.		397	147	406	553	276,5	950	8396
								7644,5

(Darstellungsmeth

Fig. 1.



Zeichen-Erklärung.

- Alters-, Zeit- u. Generations-
 Grenzen.
 — Begrenzg. des fictiven } Beobach-
 — " " wahren } tungs-
 — " " Gebietes.
 — Aufenthalte, soweit sie dem
 betr. fictiven Alter zugerech-
 net sind.
 Aufenthalte, soweit sie sonst
 auf dem dargestellten Ge-
 biete liegen.
 — * Aufenthalte, die mit dem To-
 * de endigten.

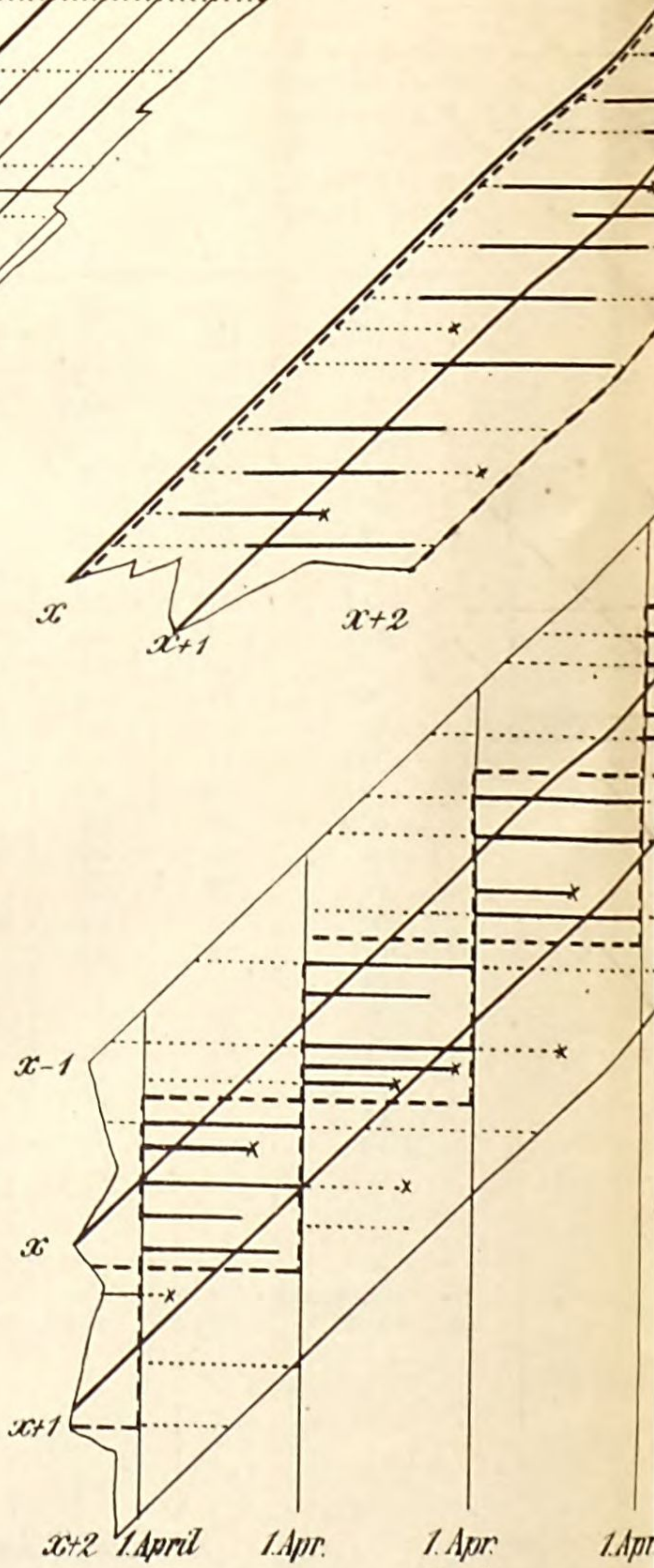


Fig. 4.

ischen fictivem und wirklichem Beobachtungsgebiet
veränderten Messungen.
von G.F. Knapp

Fig. 2.

(Zu Seite 15: Deparcieux, Klostermaterial.)

Fig. 3.

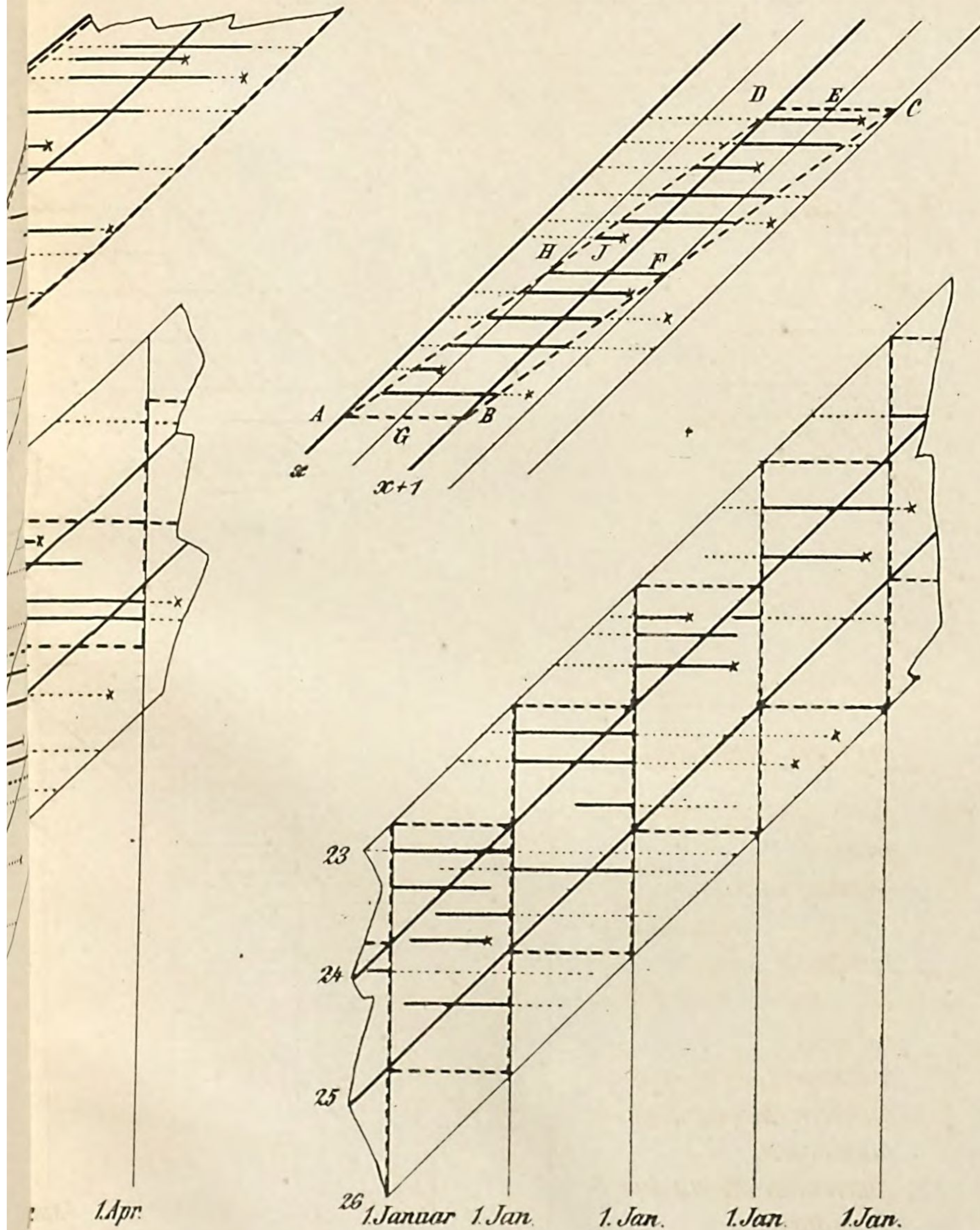
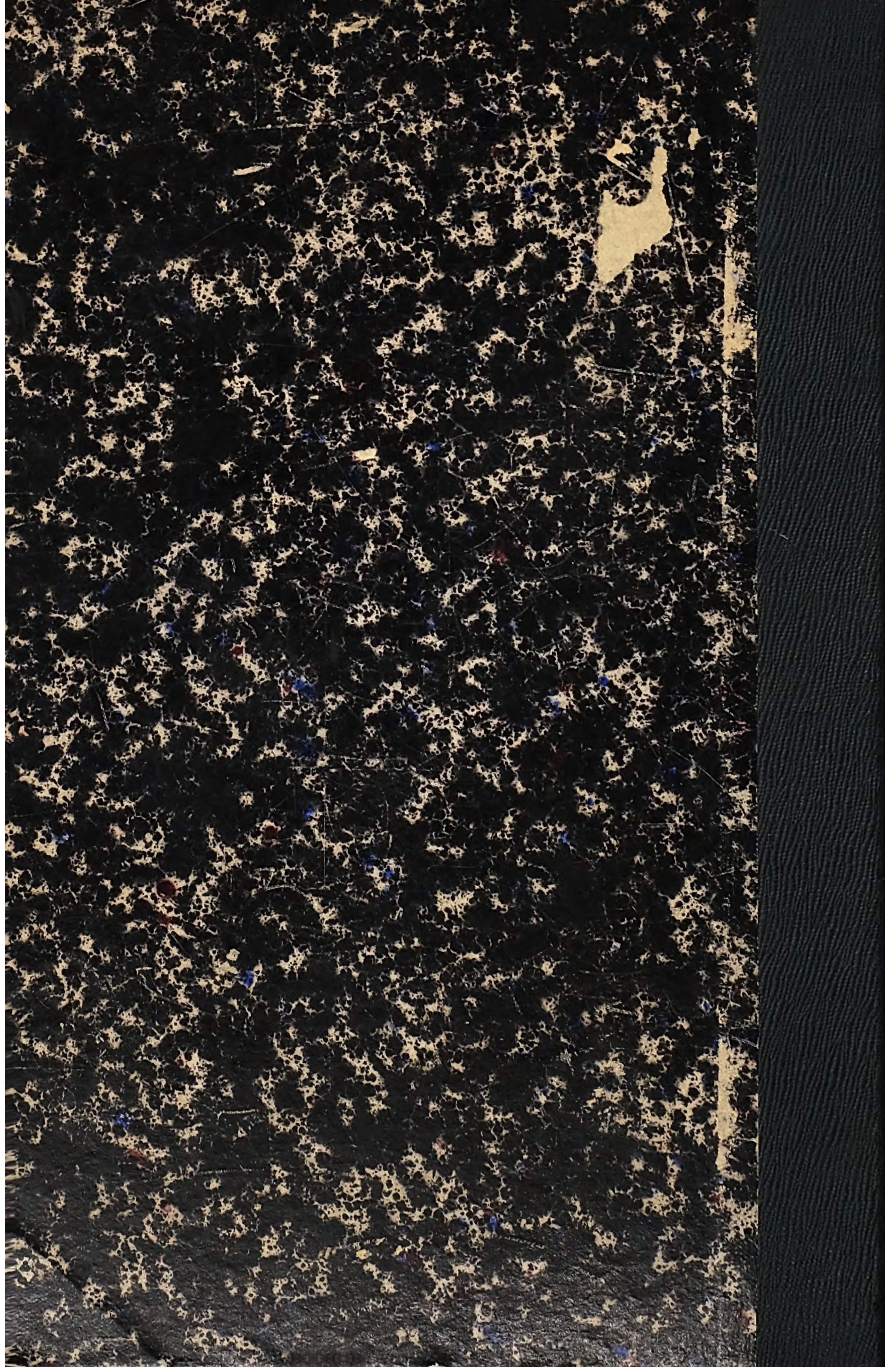


Fig. 5.

(Zu Seite 62: 17. Gesellschaften)





Roghé, Eduard

Geschichte und Kritik der Sterblichkeitsmessung bei Versicherungsanstalten

Jena 1891

Cam. 76 id-54

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11577010-2